

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Югорский государственный университет» (ЮГУ)  
**НЕФТЯНОЙ ИНСТИТУТ**  
**(ФИЛИАЛ) ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЮГОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(НефтИн (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»)**

---

---



ФИЛИАЛ ФГБОУ ВО «ЮГУ»

**НЕФТЯНОЙ  
ИНСТИТУТ**

**ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

**21.00.00 ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ, ГОРНОЕ ДЕЛО,  
НЕФТЕГАЗОВОЕ ДЕЛО И ГЕОДЕЗИЯ**  
специальность 21.02.01 Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых  
месторождений

**Методические указания к выполнению практических занятий для  
обучающихся 2 курса всех форм обучения  
образовательных организаций  
среднего профессионального образования**

**Часть 1**

**Нижневартовск 2023**

## **ББК 22.1**

**М 34**

### **РАССМОТРЕНО**

На заседании ПЦК «МиЕНД»  
Протокол № 03 от 17.03.2023 г.  
Председатель Бойко Я.С.

### **УТВЕРЖДЕНО**

Председателем методического совета  
НефтИн (филиала) ФГБОУ ВО «ЮГУ»  
Хайбулина Р.И.  
«16» мая 2023 г.

Методические указания к выполнению практических занятий для обучающихся 2 курса всех форм обучения образовательных организаций среднего профессионального образования по ЕН.01 Математика специальности 21.02.01 Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений (21.00.00 ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ, ГОРНОЕ ДЕЛО, НЕФТЕГАЗОВОЕ ДЕЛО И ГЕОДЕЗИЯ), часть 1, разработаны в соответствии с:

1. Федеральным государственным образовательным стандартом (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) 21.02.01 Разработка нефтяных и газовых месторождений МИНОБРНАУКИ от 12.05. 2014 № 483.

2. Рабочей программой профессионального модуля ЕН Математический и общий естественнонаучный цикл, утвержденной на методическом совете НефтИн (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ» протокол № 4 от 31.08.2022 года.

Разработчик:

Винник Анна Валентиновна, преподаватель НефтИн (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ».

Рецензенты:

1. Валиева Л.Ф., преподаватель НефтИн (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ».  
2. Фазылова Е.Х., преподаватель БУ «Нижневартовский строительный колледж».

Замечания, предложения и пожелания направлять в Нефтяной институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет» по адресу: 628615, Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ, г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.

## ВВЕДЕНИЕ

Математика играет важную роль в естественнонаучных, инженерно-технических и гуманитарных исследованиях. Причина проникновения математики в различные отрасли знаний заключается в том, что она предлагает весьма четкие модели для изучения окружающей действительности в отличие от менее общих и более расплывчатых моделей, предлагаемых другими науками. Без современной математики с ее развитым логическими и вычислительным аппаратом был бы невозможен прогресс в различных областях человеческой деятельности.

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры.

Предлагаемые методические указания содержат разработки 23 практических занятий по всем темам курса дисциплины. Они могут быть использованы в качестве учебного пособия при подготовке к дифференцированному зачету и экзамену.

При выполнении заданий практического занятия, обучающиеся должны вести записи в специальной тетради. В ней отмечается дата, номер и название работы, цель выполнения работы, номер варианта, номер и название задания, подробное описание решения заданий. Оценка знаний предполагает учёт индивидуальных особенностей обучающихся, дифференцированный подход к организации работы. Исходя из поставленной цели, учитывается: правильность и осознанность изложенного решения, полнота представленных вычислений, правильность оформления. При выполнении практической работы рекомендуется пользоваться конспектами лекционных занятий, в которых подробно разобраны примеры с решениями.

Содержание дисциплины предусматривает повторение и систематизацию знаний, полученных в средней общеобразовательной школе, формирование общих и профессиональных компетенций.

Практическое занятие – это форма организации учебного процесса, предполагающая выполнение обучающимися заданий самостоятельно и под руководством преподавателя. Дидактическая цель практических работ – формирование у обучающихся профессиональных и практических умений, необходимых для изучения последующих учебных дисциплин, а также подготовка к применению этих умений в профессиональной деятельности.

Практические занятия предполагают работу, связанную с применением автоматизированных (информационных) систем.

Структура практических занятий включает в себя:

- теоретические вопросы по изучаемым темам,
- практические задания для решения с помощью программных средств.

Разработано содержание практических занятий, определена их цель,

даны методические указания по выполнению заданий и упражнений, указана учебная и справочная литература.

### **Критерии оценивания:**

Результат деятельности: отчет о проделанной работе.

Защита: устный опрос по контрольным вопросам.

#### **1. Критерии оценки выполнения практических заданий:**

За каждый выполненный пример выставляется один балл если: пример выполнен полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала). Выставляется пол балла если: пример выполнен полностью, но обоснования шагов решения недостаточны; допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках.

От набранных баллов за работу выставляются следующие оценки:

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

#### **2. Критерии оценки защиты контрольных вопросов:**

Ответ оценивается отметкой «5», если:

- полно раскрыто содержание материала, материал изложен грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;

- правильно выполнены рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;

- показано умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;

- отвечено самостоятельно без наводящих вопросов. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые легко исправлены.

Ответ оценивается отметкой «4», если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа; 5

- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию;

- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;

- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов;

- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;

- обнаружено незнание или непонимание большей, или наиболее важной части учебного материала;

- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

## ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Номер раздела	Номер и наименование работы (занятия)	Количество аудиторных часов	Формирование компетенций ОК, ПК
1	2	3	4
1	Практическое занятие №1. Преобразование комплексных чисел в алгебраической форме	2	ОК1, ОК4, ОК5, ПК2.5
1	Практическое занятие №2. Преобразование комплексных чисел в тригонометрической форме	2	ОК3, ОК4, ОК6, ПК3.3
1	Практическое занятие №3. Преобразование комплексных чисел в показательной форме	2	ОК1, ОК2, ОК9, ПК2.1
2	Практическое занятие №4. Определитель второго порядка и его свойства	2	ОК3, ОК5, ОК6, ПК1.3
2	Практическое занятие №5. Определитель третьего порядка и его свойства	2	ОК2, ОК7, ОК9, ПК1.1
2	Практическое занятие №6. Решение систем 3 линейных уравнений	2	ОК3, ОК6, ОК7, ПК2.5
3	Практическое занятие №7. Методы вычисления пределов в точке	2	ОК1, ОК2, ОК8, ПК1.1
3	Практическое занятие №8. Вычисление бесконечных пределов	2	ОК1, ОК2, ОК7, ПК1.3
4	Практическое занятие №9. Вычисление замечательных пределов	2	ОК2, ОК4, ОК7, ПК1.3
4	Практическое занятие №10. Вычисление производных при заданном аргументе	2	ОК1, ОК2, ОК9, ПК2.5

1	2	3	4
4	Практическое занятие № 11. Вычисление производных тригонометрических функций	2	ОК2, ОК3, ОК7, ПК1.1
4	Практическое занятие №12. Вычисление производных показательных и логарифмических функций	2	ОК2, ОК4, ОК5, ПК1.1
4	Практическое занятие №13. Исследование функции и построение графика	2	ОК3, ОК4, ОК5, ПК3.1
4	Практическое занятие №14. Методы нахождения определенного интеграла	2	ОК1, ОК2, ОК7, ПК1.1
4	Практическое занятие №15. Приложение интегралов	2	ОК2, ОК8, ОК9, ПК1.3
5	Практическое занятие №16. Вычисление определенных интегралов	2	ОК3, ОК4, ОК7, ПК3.1
5	Практическое занятие №17. Приложение определенного интеграла к решению задач	2	ОК1, ОК2, ОК6, ПК2.3
5	Практическое занятие №18. Приближенные вычисления определённого интеграла	2	ОК1, ОК2, ОК9, ПК1.1
5	Практическое занятие №19. Отношение множеств	2	ОК4, ОК7, ОК9, ПК3.3
5	Практическое занятие №20. Операции над множествами	2	ОК5, ОК6, ОК9, ПК1.3
6	Практическое занятие №21. Решение комбинаторных задач	2	ОК1, ОК2, ОК8, ПК1.1
6	Практическое занятие №22. Элементы теории вероятностей	2	ОК1, ОК2, ОК9, ПК2.5
6	Практическое занятие №23. Расчет числовых характеристик случайной величины	2	ОК1, ОК5, ОК7, ПК1.3

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

#### Цель:

- закрепить знания об алгебраической форме комплексного числа;
- сформировать умения выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме;
- развить навыки преобразования мнимой единицы;
- закрепить знания о свойствах степени.

#### Вариант 1.

1. Запишите мнимую и действительную часть комплексного числа.

а)  $9 - 6i$ ; б)  $-7i + 21$ ; в)  $-66$ ; г)  $-8i$ .

2. Запишите мнимую и действительную часть комплексного числа.

а)  $(6 - 4i) + (12i - 1)$ ; б)  $(3 + 8i) - (45 + 63i)$ ; в)  $(9 + i)(9 - i)$ ;

г)  $\frac{1-8i}{6+2i}$ ; д)  $\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-2i}$ ; е)  $4 + 2i + (-1 + 6i)(6 - i)$ ; ж)  $\frac{(6-4i)(3i-2)}{-i+1}$ ;  
 з)  $\frac{5+i}{(1+i)(2-3i)}$ .

3. Возведите в степень.

а)  $i^{10}$ ; б)  $i^9 + i^6 - i^{12}$ ; в)  $\frac{1}{i^{16}} + \frac{1}{i^8} - \frac{1}{i^{13}} + \frac{1}{i} - \frac{1}{i^6}$ .

4. Найдите корни уравнения

а)  $(-1 - 1 \cdot i) \cdot x^2 + (3 - 5 \cdot i) \cdot x + (16 + 2 \cdot i) = 0$ ;

б)  $(3 + 2i) \cdot (-7 - 3i) + (-2 + 4i) = x - 4i$ .

### Вариант 2.

1. Запишите мнимую и действительную часть комплексного числа.

а)  $85 + 5i$ ; б)  $7i - 10$ ; в)  $-5$ ; г)  $-118i$ .

2. Выполните сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.

а)  $(2 + 14i) + (i - 15)$ ; б)  $(13 + 5i) - (5 + 3i)$ ; в)  $(5 + i)(5 - i)$ ;

г)  $\frac{12-i}{6+3i}$ ; д)  $\frac{\sqrt{7}-i}{2\sqrt{7}+2i}$ ; е)  $-5 + 3i + (-8 + 9i)(-3 + 6i) + 17i$ ;

ж)  $\frac{(3+7)(2+10i)}{-10+6i}$ ; з)  $\frac{-1+5i}{(-6+7i)(2+i)}$ .

3. Возведите в степень.

а)  $i^{11}$ ; б)  $i^5 + i^8 - i^{16}$ ; в)  $-\frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^{11}} - \frac{1}{i} + \frac{1}{i^7} - \frac{1}{i^5}$ .

4. Найдите корни уравнения

а)  $(-1 + 1 \cdot i) \cdot x^2 + (3 - 1 \cdot i) \cdot x + (6 + 4 \cdot i) = 0$ ;

б)  $(-1 + 2i) \cdot (-1 - 3i) + (-2 + 3i) = x + 4i$ .

### Вариант 3.

1. Запишите мнимую и действительную часть комплексного числа.

а)  $-9 + 6,5i$ ; б)  $16i + 1$ ; в)  $-55$ ; г)  $i$ .

2. Выполните сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.

а)  $(56 - 4i) + (i + 1)$ ; б)  $(63 + 8i) - (-2 + 63i)$ ; в)  $(6 + i)(6 - i)$ ;

г)  $\frac{6-7i}{6+7i}$ ; д)  $\frac{\sqrt{11}-3i}{3\sqrt{11}+7i}$ ; е)  $-117i + 21i - (-8i + 19)(11i + 5) - 7i$ ;

ж)  $\frac{(-2i+7)(-3i-9)}{6-i}$ ; з)  $\frac{-8+5i}{(2-i)(1+i)}$ .

3. Возведите в степень.

а)  $i^7$ ; б)  $i^3 + i^5 - i^{13}$ ; в)  $\frac{1}{i^8} - \frac{1}{i} + \frac{1}{i^{100}} - \frac{1}{i^{99}} + \frac{1}{i^7}$ .

4. Найдите корни уравнения

а)  $i \cdot x^2 + (3 - 2 \cdot i) \cdot x - 6 = 0$ ,

б)  $(-1 + 3i) \cdot (5 - 3i) + (-2 + 4i) = x - 5i$ .

#### Вариант 4.

1. Запишите мнимую и действительную часть комплексного числа.

а)  $9 + 5i$ ; б)  $3i + 5$ ; в)  $6$ ; г)  $-3i$ .

2. Выполните сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.

а)  $(21 - 5i) + (-5i - 1)$ ; б)  $(6 + 8i) - (25 + 63i)$ ;

в)  $(11 + i)(11 - i)$ ; г)  $\frac{2-7i}{8+2i}$ ; д)  $\frac{\sqrt{7}-6i}{-\sqrt{7}+3i}$ ;

е)  $-7i + 8i(5 + i) - 17i + (-8i + 15)$ ; ж)  $\frac{(1+5i)(10+8i)}{(1+5i)}$ ; з)  $\frac{-3+6i}{(8-6i)(1-i)}$ .

3. Возведите в степень.

а)  $i^5$ ; б)  $i^2 + i^4 - i^{14}$ ; в)  $\frac{1}{i^{66}} - \frac{1}{i} + \frac{1}{i^{13}} - \frac{1}{i^{666}} + \frac{1}{i^2}$ .

4. Найдите корни уравнения

а)  $x^2 + (3 + 2 \cdot i) \cdot x - 5 + 3i = 0$ ,

б)  $(-1 + i) \cdot (6 - 8i) + (1 + 3i) = x + 4i$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

#### Цель:

- закрепить знания о тригонометрической форме комплексного числа;
- сформировать умения выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме;
- развить навыки построения комплексного числа на комплексной плоскости;
- закрепить знания о представлении комплексного числа в тригонометрической форме.

#### Вариант 1.

1. Постройте комплексное число на комплексной плоскости и укажите для него модуль и аргумент.

а)  $4 - 4i$ ; б)  $-3i$ ; в)  $2$ ; г)  $\sqrt{2} - i$ .

2. Представьте комплексное число в тригонометрической форме.

а)  $5 + 5i$ ; б)  $2i$ ; в)  $-4$ ; г)  $\sqrt{3} + i$

3. Выполните умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме.

а)  $8 \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) : 2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ ; б)  $\left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^4$ .

#### Вариант 2.

1. Постройте комплексное число на комплексной плоскости и укажите

для него модуль и аргумент.

а)  $5 + 5i$ ; б)  $2i$ ; в)  $-4$ ; г)  $\sqrt{3} + i$

2. Представьте комплексное число в тригонометрической форме.

а)  $4 - 4i$ ; б)  $-3i$ ; в)  $2$ ; г)  $\sqrt{3} - i$ .

3. Выполните умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме.

а)  $30 \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \cdot 2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ ; б)  $\sqrt{\cos \pi + i \sin \pi}$ .

### Вариант 3.

1. Постройте комплексное число на комплексной плоскости и укажите для него модуль и аргумент.

а)  $3 + 3i$ ; б)  $-4i$ ; в)  $5$ ; г)  $1 + \sqrt{3}i$ .

2. Представьте комплексное число в тригонометрической форме.

а)  $6 - 6i$ ; б)  $-7i$ ; в)  $8$ ; г)  $1 - \sqrt{3}i$

3. Выполните умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме.

а)  $12 \left( \cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) : 3 \left( \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$ ; б)  $\sqrt{\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}}$ .

### Вариант 4.

1. Постройте комплексное число на комплексной плоскости и укажите для него модуль и аргумент.

а)  $-2 - 2i$ ; б)  $-2i$ ; в)  $3$ ; г)  $1 - \sqrt{3}i$

2. Представьте комплексное число в тригонометрической форме.

а)  $3 + 3i$ ; б)  $-4i$ ; в)  $5$ ; г)  $1 + \sqrt{3}i$ .

3. Выполните умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме.

а)  $35 \left( \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right) : 5 \left( \cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$ ;

б)  $\left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^4$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3

### ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ

#### Цель:

- закрепить знания о показательной форме комплексного числа;
- сформировать умения выполнения действий над комплексными числами в показательной форме;
- развить навыки решения уравнений на множестве комплексных

чисел.

### Вариант 1.

1. Представьте комплексное число в показательной форме:

а)  $4-4i$ ; б)  $-3i$ ; в)  $2$ ; г)  $\sqrt{3}-i$ .

2. Выполните умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел в показательной форме:

$$z_1 = 64 \cdot e^{2i}; z_2 = \frac{1}{8} \cdot e^{\frac{1}{2}i};$$

а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $z_1 : z_2$  в)  $z_1 \cdot \bar{z}_2$  г)  $z_1^3$

3. Решить уравнение на множестве комплексных чисел:

$$x^2 + 81 = 0$$

### Вариант 2.

1. Представьте комплексное число в показательной форме:

а)  $5 + 5i$ ; б)  $2i$ ; в)  $-4$ ; г)  $\sqrt{3} + i$

2. Выполните умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел в показательной форме:

$$z_1 = 2 \cdot e^{-31i}; z_2 = \frac{1}{12} \cdot e^{31i};$$

а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $z_1 : z_2$  в)  $z_1 \cdot \bar{z}_2$  г)  $z_1^3$

3. Решить уравнение на множестве комплексных чисел:

$$x^2 + 3x + \frac{9}{2} = 0$$

### Вариант 3.

1. Представьте комплексное число в показательной форме:

а)  $4-4i$ ; б)  $-3i$ ; в)  $2$ ; г)  $\sqrt{3}-i$ .

2. Выполните умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел в показательной форме:

$$z_1 = 25 \cdot e^{2i}; z_2 = \frac{1}{5} \cdot e^{0,3i};$$

а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $z_1 : z_2$  в)  $z_1 \cdot \bar{z}_2$  г)  $z_1^3$

3. Решить уравнение на множестве комплексных чисел:

$$5x^2 + 2x + 1 = 0$$

### Вариант 4.

1. Представьте комплексное число в показательной форме:

а)  $1+i$ ; б)  $3i$ ; в)  $2$ ; г)  $\sqrt{3}-i$ .

2. Выполните умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел в показательной форме:

$$z_1 = 12 \cdot e^{-i}; z_2 = \frac{1}{3} \cdot e^{0,3i};$$

а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $z_1 : z_2$  в)  $z_1 \cdot \bar{z}_2$  г)  $z_1^3$

3. Решить уравнение на множестве комплексных чисел.

$$x^2 + 25 = 0.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4

### ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ВТОРОГО ПОРЯДКА И ЕГО СВОЙСТВА

**Цель:**

- закрепить знания о определителе;
- сформировать навыки вычисления определителей 2-го порядка;
- научиться использовать свойства определителя

#### Вариант 1.

1. Вычислите определитель.

а)  $\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix}$ ; г)  $\begin{vmatrix} 22 & 3 \\ 11 & -2 \end{vmatrix}$ .

2. Решить уравнение

а)  $\begin{vmatrix} x & -7 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 0$ ; б)  $\begin{vmatrix} -x^2 & 25 \\ -5 & 5 \end{vmatrix} = 0$ .

3. Вычислить  $k \cdot A$

$$k = \frac{1}{4}, A = \begin{vmatrix} 16 & -100 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}.$$

4. Вычислить  $A+B$

$$A = \begin{vmatrix} -3 & 14 \\ 2 & 8 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} \frac{4}{3} & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

#### Вариант 2.

1. Вычислите определитель.

а)  $\begin{vmatrix} 11 & 6 \\ 10 & 2 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 10 & -2 \end{vmatrix}$ ; г)  $\begin{vmatrix} 9 & 3 \\ -5 & -2 \end{vmatrix}$ .

2. Решить уравнение

а)  $\begin{vmatrix} -x & -0,6 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 0$ ; б)  $\begin{vmatrix} x^2 & -36 \\ -6 & 6 \end{vmatrix} = 0$ .

3. Вычислить  $k \cdot A$

$$k = \frac{1}{3}, A = \begin{vmatrix} 15 & -99 \\ 1 & 0,3 \end{vmatrix}.$$

4. Вычислить  $A+B$

$$A = \begin{vmatrix} -3 & 14 \\ 2 & -99 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} \frac{7}{2} & -10 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}.$$

#### Вариант 3.

1. Вычислите определитель.

а)  $\begin{vmatrix} 11 & 6 \\ 10 & 6 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 9 & -2 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} 13 & 3 \\ 9 & -2 \end{vmatrix}$ ; г)  $\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 11 & -2 \end{vmatrix}$ .

2. Решить уравнение

а)  $\begin{vmatrix} 7x & -7 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 0$ ; б)  $\begin{vmatrix} -x & 8 \\ -0,08 & x \end{vmatrix} = 0$ .

3. Вычислить  $k \cdot A$

$k = 0,6, A = \begin{vmatrix} 10 & -10,5 \\ 12 & 6 \end{vmatrix}$ .

4. Вычислить  $A+B$

$A = \begin{vmatrix} -3 & 14 \\ -2 & 8 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} -0,9 & -1 \\ 7 & 4,6 \end{vmatrix}$ .

#### Вариант 4.

1. Вычислите определитель.

а)  $\begin{vmatrix} 10 & 6 \\ 9 & 12 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 8 & -2 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} 23 & 11 \\ 8 & -2 \end{vmatrix}$ ; г)  $\begin{vmatrix} -44 & 2 \\ -55 & -2 \end{vmatrix}$ .

2. Решить уравнение

а)  $\begin{vmatrix} \frac{1}{6}x & 7 \\ 1 & 42 \end{vmatrix} = 0$ ; б)  $\begin{vmatrix} x^2 & -25 \\ -5 & 5 \end{vmatrix} = 0$ .

3. Вычислить  $k \cdot A$

$k = \frac{7}{2}, A = \begin{vmatrix} 10 & -22 \\ 0,8 & 72 \end{vmatrix}$ .

4. Вычислить  $A+B$

$A = \begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 9 & -8 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} \frac{7}{8} & -11 \\ 7 & 12 \end{vmatrix}$ .

#### Вариант 5.

1. Вычислите определитель.

а)  $\begin{vmatrix} 12 & 13 \\ 13 & 12 \end{vmatrix}$ ; б)  $\begin{vmatrix} 14 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix}$ ; в)  $\begin{vmatrix} -6 & 3 \\ -22 & -2 \end{vmatrix}$ ; г)  $\begin{vmatrix} 11 & 3 \\ -14 & -2 \end{vmatrix}$ .

2. Решить уравнение

а)  $\begin{vmatrix} 7 & -7x \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 0$ ; б)  $\begin{vmatrix} -x^2 & 25 \\ -5 & \frac{5}{x} \end{vmatrix} = 0$ .

3. Вычислить  $k \cdot A$

$k = \frac{1}{3}, A = \begin{vmatrix} 15 & 0 \\ -27 & 9 \end{vmatrix}$ .

4. Вычислить  $A+B$

$A = \begin{vmatrix} -3 & 14 \\ 0,2 & 8 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} \frac{4}{3} & -66 \\ -7,6 & 0,25 \end{vmatrix}$ .

#### Вариант 6.

1. Вычислите определитель.

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 12 \end{vmatrix}; \text{б) } \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -11 & -2 \end{vmatrix}; \text{в) } \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & -2 \end{vmatrix}; \text{г) } \begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 16 & -2 \end{vmatrix}.$$

2. Решить уравнение

$$\text{а) } \begin{vmatrix} x & -7 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 0; \text{б) } \begin{vmatrix} -x^2 & 25 \\ -5 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить  $k \cdot A$

$$k = 9,01, A = \begin{vmatrix} 10 & -100 \\ 1 & 100000 \end{vmatrix}.$$

4. Вычислить  $A+B$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -11 \\ 21 & 9 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 7 & 22 \end{vmatrix}.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5

### ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА И ЕГО СВОЙСТВА

**Цель:**

- закрепить знания о действиях над матрицами;
- сформировать навыки вычисления определителей 2-го порядка;
- развить умение нахождения решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными методом Крамера.

**Вариант 1.**

1. Выполните действия над матрицами.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 5 & -2 & 0 \\ 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

а)  $A + B$ ; б)  $3A$ ; в)  $A \cdot B$ ; г)  $A^T$ .

2. Вычислите определитель разными способами.

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 7 & -49 \\ 1 & 8 & 64 \end{vmatrix};$$

3. Решить уравнение

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ 5 & 3 & x \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 40.$$

**Вариант 2.**

1. Выполните действия над матрицами.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 7 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -5 \\ 12 & -8 & 1 \\ -1 & 15 & -2 \end{pmatrix}$$

а)  $A + B$ ; б)  $3A$ ; в)  $A \cdot B$ ; г)  $A^T$ .

2. Вычислите определитель разными способами.

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & -4 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix};$$

3. Решить уравнение

$$\begin{vmatrix} 3 & x & 1 \\ x & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -3.$$

#### Вариант 4.

1. Выполните действия над матрицами.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 10 & 4 \\ 2 & 2 & -6 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 12 & -5 \\ 3 & 10 & -3 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

а)  $A + B$ ; б)  $3A$ ; в)  $A \cdot B$ ; г)  $A^T$ .

2. Вычислите определитель разными способами.

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix};$$

3. Решить уравнение

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 2 & 3 \\ x^2 & 4 & 9 \end{vmatrix} = 0.$$

#### Вариант 5.

1. Выполните действия над матрицами.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 10 & -3 \\ -4 & -6 & -6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -5 \\ 5 & 11 & 12 \\ -1 & 8 & -2 \end{pmatrix}$$

а)  $A + B$ ; б)  $3A$ ; в)  $A \cdot B$ ; г)  $A^T$ .

2. Вычислите определитель разными способами.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix};$$

3. Решить уравнение

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ 5 & 3 & x \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 40.$$

#### Вариант 6.

1. Выполните действия над матрицами.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 12 & 4 \\ -6 & 5 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 16 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

а)  $A + B$ ; б)  $3A$ ; в)  $A \cdot B$ ; г)  $A^T$ .

2. Вычислите определитель разными способами.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -5 & 4 & 6 \\ -7 & 8 & -9 \end{vmatrix};$$

3. Решить уравнение

$$\begin{vmatrix} 3 & x & 1 \\ x & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -3.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6

### РЕШЕНИЕ СИСТЕМ 3 ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Цель:**

- закрепить знания о определителе 3-го порядка;
- развить умение решать системы трех линейных уравнений с тремя переменными методом Крамера и Гаусса;

**Вариант 1.**

1. Решить систему уравнений методов Крамера.

$$\text{а) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 6x - 4y + z = 3 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} 3x + 2y + 3z = -1 \\ 5x - 4y + z = -9 \\ x - y + 2z = -2 \end{cases}.$$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса.

$$\text{а) } \begin{cases} x + 2y + 3z = -4 \\ 6x - 4y + z = 9 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} x - y + 3z = 1 \\ 5x - 4y + z = 6 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}.$$

**Вариант 2.**

1. Решить систему уравнений методов Крамера.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + y = -4 \\ x + y + z = 2 \\ z = 3 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 5x - 4y + z = 8 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}.$$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса.

$$\text{а) } \begin{cases} x + 2y - 3z = -1 \\ 6x - 4y + z = -3 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ x - 4y + z = -3 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}.$$

**Вариант 3.**

1. Решить систему уравнений методов Крамера.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - y - z = 3 \\ -x + y = -4 \\ z = 2 \end{cases}; \text{ б) } \begin{cases} 2x + 2y + 3z = -7 \\ 5x - 4y + z = -2 \\ x - y + 2z = -2 \end{cases}.$$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса.

$$a) \begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ 6x - 4y + z = 6 \\ x - y + 2z = 4 \end{cases}; б) \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 5x - 4y + z = 1 \\ x - y + 2z = 4 \end{cases}.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7

### МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕДЕЛОВ В ТОЧКЕ

#### Цель:

- закрепить понятие предел функции в точке.
- сформировать навык вычисления предела функций.

#### Вариант 1.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 2$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -3$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow -7} g(x) = -4$ .

2. Вычислите:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x + 5)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x+3}{4x+2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{3x-8}$ ;

e)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8}{2x-6}$ ; ф)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^3+x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+5x-6}{2x^2+3x-5}$ ; х)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$ ;

и)  $\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{12}{x^3-8} + \frac{1}{x+2} \right)$ .

#### Вариант 2.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:

a)  $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 3.5$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = 3$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = -4.5$ .

2. Вычислите: а)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 6x - 8)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{7x-14}{21x+2}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2-x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 6} \sqrt{x+3}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{12}{2x-8}$ ; ф)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3-2x^2}{x^3+5x^2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+5x-3}{x-1}$ ;

х)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow -3} \left( \frac{2}{x+3} - \frac{x+1}{x^2+2x-3} \right)$ .

#### Вариант 3.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:

a)  $\lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 5$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow -3} g(x) = -6$ .

2. Вычислите: а)  $\lim_{x \rightarrow 1} (9x^2 - x + 8)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{x^2+3x-4}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+5}{x^2+5x}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{7}{14-2x}$ ; ф)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2-14x+6}{x-3}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2-7x+3}{3x^2-2x-1}$ ; х)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x^3-x}$ .

#### Вариант 4.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -5$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 3$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -5$ .
2. Вычислите: a)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \pi x}{x+2}$ ;
- c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+3x}{x+3}$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow 3,5} \sqrt{2x-6}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8}{x^2-3x}$ ; f)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2+8x+1}{x-1}$ ;
- g)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-8x+15}{x^2-25}$ ; h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}$ ; i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}{x^2-3x}$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8

### ВЫЧИСЛЕНИЕ БЕСКОНЕЧНЫХ ПРЕДЕЛОВ

#### Цель:

- закрепить понятие предел функции на бесконечности
- сформировать навык вычисления предела функций.

#### Вариант 1.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:  
a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -3$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 5$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1,5$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -5$ .
2. Вычислите: a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2}{x^2} + \frac{8}{x^3})$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-4}{x+3}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{7}{x^2} - 7)$ ;
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (4 + \frac{1}{x^3}) \cdot \frac{2}{x^5}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3+x^2+1}{2x^4-3x^2+5x+2}$ ; f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+5} - x)$ .

#### Вариант 2.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:  
a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 3$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -2$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -4$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$ .
2. Вычислите: a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3})$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x-2}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2}{x^9} + 1)$ ;
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (12 - \frac{1}{x^2}) \cdot \frac{16}{x^7}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5-3x^3+1}{x^5+4x^2+2x}$ ; f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2+3x})$ ;

#### Вариант 3.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:  
a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -4$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 7$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2,5$ .
2. Вычислите: a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{7}{x^5} - \frac{2}{x^3})$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-4}{2x+7}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{5}{x^3} + 1) \cdot (-\frac{8}{x^2} - 2)$ ;
- d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{4}{x^3} - \frac{7}{x} - 21)$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x-1}{3x^2+2x+3}$ ; f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x} - x)$ .

#### Вариант 4.

1. Изобразить график функции, обладающей заданным свойством:  
a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 6$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = -1$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -3$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2,5$ .
2. Вычислите: a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{9}{x^3} - \frac{5}{x^7})$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x+9}{6x-1}$ ;

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{7}{x^6} - 2 \right) \cdot \left( -\frac{6}{x^{10}} - 3 \right)$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6}{x^5} + \frac{4}{x^2} + 9 \right)$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 2}{2x^2 - 3x + 1}$ ;  
 f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x + 1} \right)$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ПРЕДЕЛОВ

#### Цель:

- закрепить понятие замечательных пределов функции.
- сформировать навык применения замечательных пределов в вычислении пределов функций.

#### Вариант 1.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{3x}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin\left(\frac{x^2-9}{x+5}\right)}{\frac{x^2-9}{x+5}}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{tg 3x}$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 8x - \cos^2 8x}{2x^2}$ .

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-5}{x+2} \right)^{x+7}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{6x} \right)^{3x}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 + tg 7x \right)^{\frac{1}{x}}$ .

#### Вариант 2.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 25x}{x}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sin\left(\frac{x^2-36}{x+5}\right)}{\frac{x^2-36}{x+5}}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{tg 9x}$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^2 4x}{3x^2}$ .

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-7}{x+3} \right)^{x-9}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{3x} \right)^{3x}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 + tg 5x \right)^{\frac{15}{x}}$ .

#### Вариант 3.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 35x}{2x}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sin\left(\frac{x^2-49}{x+2}\right)}{\frac{x^2-49}{x+2}}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{tg 9x}$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^2 x}{2x^2}$ .

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-7}{2x+2} \right)^{x+1}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{3x} \right)^{4x}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 + tg x \right)^{\frac{8}{x}}$ .

#### Вариант 4.

1. Вычислить с помощью первого замечательного предела:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{2x}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sin\left(\frac{x^2-25}{x+3}\right)}{\frac{x^2-25}{x+3}}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{tg x}$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos^2 6x}{2x^2}$ .

2. Вычислите с помощью второго замечательного предела:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-8}{x+3} \right)^{x+1}; \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{11x} \right)^{33x}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} 12x)^{\frac{1}{6x}}.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 10

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ПРИ ЗАДАННОМ АРГУМЕНТЕ

#### Цель:

- закрепить понятие производная функции.
- развить навык применения правил дифференцирования для вычисления производных функций.
- сформировать умения использовать основные формулы дифференцирования для вычисления производных.

#### Вариант 1.

1. Найти производную

$$a) y = 2^x - \operatorname{arctg} x; \quad b) y = x^9 + \operatorname{tg} x + e^x;$$

$$c) y = e^x \cdot \operatorname{tg} x; \quad d) y = \frac{\cos x}{x^3 + 1} \quad e) y = \operatorname{tg}(\sqrt{x}) \cdot \sin x.$$

#### Вариант 2.

1. Найти производную

$$a) y = \sin(\sqrt{x}); \quad b) y = x^3 + \sin x + \ln x;$$

$$c) y = 2^x \cdot x^2; \quad d) y = \frac{x^3}{\ln x}; \quad e) y = \sqrt[2]{x^4 + \sin^4 x}.$$

#### Вариант 3.

1. Найти производную

$$a) y = 3x^2 + 5\sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^3}; \quad b) y = x^3 \cdot \sin x;$$

$$c) y = \frac{3x-1}{2x+5}; \quad d) y = \ln(x^2 - 4x + 4); \quad e) y = \operatorname{tg}^2 x.$$

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №11

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

#### Цель:

- закрепить понятие производная функции.
- развить навык применения правил дифференцирования для вычисления производных функций.
- сформировать умения использовать основные формулы дифференцирования для вычисления производных.

#### Вариант 1.

1. Вычислите производные тригонометрических функций:

a)  $y = \cos x + 2x$ ; b)  $y = 2 \sin x - 13$ ; c)  $y = 6 \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ ;

e)  $y = \frac{\cos x}{x}$ ; f)  $(-2x + 4) \cdot \cos(2x - 2)$ .

### Вариант 2.

1. Вычислите производные тригонометрических функций:

a)  $y = \cos x + \operatorname{tg} x$ ; b)  $y = 2 \sin x - 6x$ ; c)  $y = \cos x \cdot \operatorname{ctg} x$ ;

e)  $y = \frac{\sin x}{x}$ ; f)  $(6x + 1) \cdot \sin(-2x - 2)$ .

### Вариант 3.

1. Вычислите производные тригонометрических функций:

a)  $y = \sqrt{x} \cos x$ ; b)  $y = 3 \sin x + \operatorname{ctg} x$ ; c)  $y = \operatorname{tg} x \cdot \sin x$ ; e)  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{3x-6}$ ;

f)  $x^2 \cdot \sin(6x + 8)$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №12

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

#### Цель:

- закрепить понятие производная функции.
- развить навык применения правил дифференцирования для вычисления производных функций.
- сформировать умения использовать основные формулы дифференцирования для вычисления производных.

#### Вариант 1.

1. Вычислить производные показательных функций:

a)  $y = 3e^{x+4}$ ; b)  $y = 2^{x+2}$ ;

c)  $y = \frac{e^x}{x^3}$ ; d)  $y = 3e^{2x} - e^{3x-1}$ ; e)  $y = x^2 e^{2x-4}$ ;

2. Вычислите производные логарифмических функций:

a)  $y = x^2 \ln x$ ; b)  $y = \frac{\ln x}{x+1}$ ; c)  $y = 2^x - \log_3(x - 1)$

d)  $y = \ln(9 - 5x)$ ; e)  $y = \frac{\log_5(3x-2)}{x^5}$ ; f)  $\left( \ln \left( \left( \frac{x}{x^3-5x} \right)^7 \right) \right)$ .

#### Вариант 2.

1. Вычислите производные логарифмических функций:

a)  $y = \sqrt[7]{x^5} \ln x$ ; b)  $y = \frac{\ln(x-4)}{x+1}$ ;

c)  $y = 5^x - 7 \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$  d)  $y = \ln(x + 3)$ ; e)  $y = \frac{\log_4(2x-2)}{x^4}$ .

2. Вычислить производные показательных функций:

a)  $y = 8e^{x+12}$ ; b)  $y = 4^{x+3}$ ; c)  $y = \frac{e^{x-1}}{x^2}$ ;  
 d)  $y = 6x + e^{x+1}$ ; e)  $y = x^5 e^{x+4}$ ; f)  $\left( \ln \left( \left( \frac{5}{x^2+2x} \right)^5 \right) \right)$ .

**Вариант 3.**

1. Вычислите производные логарифмических функций:

a)  $y = 7^x \ln(2x + 3)$ ; b)  $y = \frac{\ln x}{2x-1}$ ; c)  $y = 4^x - \log_3 5x$   
 d)  $y = \ln(10 - x^2)$ ; e)  $y = \frac{\log_8(x+5)}{x^8}$ .

2. Вычислить производные показательных функций:

a)  $y = e^{3x-7}$ ; b)  $y = 3^{x-2}$ ; c)  $y = \frac{e^{2x}}{x^8+4}$ ;  
 d)  $y = e^4 x + e^{5x+21}$ ; e)  $y = x^3 e^{4x}$ ; f)  $\left( \ln \left( \left( \frac{7}{2x^3+3x} \right)^2 \right) \right)$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 13

### ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА

**Цель:**

- закрепить понятие производная функции.
- развить навык применения производных функций для определения монотонности, экстремума и наибольшего (наименьшего) значения функции.
- сформировать умения использовать производных функций для построения их графиков.

**Вариант 1.**

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

a)  $y = 3x^2 - 4x + 5$ ; b)  $y = \frac{x}{x^2-4}$ ; c)  $y = -x^4 + 5x^2 - 4$ .

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

a)  $y = x^2 - 8x + 19, [-1; 5]$ ; b)  $y = 2 \sin x, \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ ;  
 c)  $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 1, [-1; 3]$ ; d)  $y = \sqrt{x}, [0; 9]$ .

**Вариант 2.**

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

a)  $y = 5x^2 - 15x - 4$ ; b)  $y = \frac{x-3}{x^2-8}$ ; c)  $y = -x^3 + 6x^2 - 5$ .

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

a)  $y = x^2 + 4x - 3, [0; 2]$ ; b)  $y = 6 \cos x, \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ ;  
 c)  $y = x^3 + 3x^2 + 45x - 2, [-6; 0]$ ; d)  $y = \sqrt{-x}, [-4; 0]$ .

**Вариант 3.**

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

a)  $y = -2x^2 - x + 7$ ; б)  $y = \frac{2x+1}{x^2+2}$ ; в)  $y = 2x^4 - 9x^2 + 7$ .

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

a)  $y = 2x^2 - 8x + 6, [-1; 4]$ ; б)  $y = \operatorname{tg} x, [-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{6}]$ ;

в)  $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3, [0; 2]$ ; г)  $y = -\sqrt{x}, [4; 16]$ .

#### Вариант 4.

1. Исследуйте функцию и постройте её график:

a)  $y = -x^2 + 2x + 3$ ; б)  $y = \frac{x-2}{x^2+5}$ ; в)  $y = x^3 + x^2 - x - 1$ .

2. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке:

a)  $y = -3x^2 + 6x - 10, [-2; 9]$ ; б)  $y = -2\operatorname{tg} x, [0; \frac{\pi}{6}]$ ;

в)  $y = x^4 - 8x^3 + 10x^2 + 1, [-1; 2]$ ; г)  $y = -\sqrt{-x}, [-9; -4]$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №14

### МЕТОДЫ НАХОЖДЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

#### Цель:

- закрепить понятия первообразной и неопределенного интеграла.
- сформировать навык применения различных методов интегрирования для вычисления неопределенного интеграла.

#### Вариант 1.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

a)  $\int (x^7 + 4x) dx$ ; б)  $\int \frac{2+x^2}{x} dx$ ; в)  $\int (2 + 3 \sin x) dx$ ; г)  $\int \frac{dx}{4+x^2}$ .

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

a)  $\int (3 - 11x)^6 dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{3-5x}$ ; в)  $\int x e^{x^2} dx$ ;

г)  $\int \sin(3 - 4x) dx$ ; е)  $\int (-2x + 4) \cdot \cos(-2x + 4) dx$

3. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

a)  $\int x \cos x dx$ ; б)  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ ; в)  $\int x e^{-2x} dx$ ; г)  $\int \ln^2 x dx$ .

#### Вариант 2.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

a)  $\int 2^{3x-1} dx$ ; б)  $\int \frac{x^2+x3^x-x\cos x}{x} dx$ ; в)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$ ; г)  $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$ .

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

a)  $\int (1 + \sin x)^3 \cos x dx$ ; б)  $\int e^{2x+5} dx$ ; в)  $\int \frac{dx}{(x+1) \ln(x+1)}$ ;

d)  $\int \frac{5x}{5x^2-3} dx$ ; e)  $\int (6x + 1) \cdot \cos(6x + 1) dx$

3. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

a)  $\int (1 - x) \cos x dx$ ; b)  $\int e^{2x} \sin x dx$ ; c)  $\int x^2 \ln^2 x dx$ ; d)  $\int x 2^{3x} dx$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 15

### ПРИЛОЖЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ

#### Цель:

- закрепить понятия первообразной и неопределенного интеграла.
- сформировать навык применения различных методов интегрирования для вычисления неопределенного интеграла.

#### Вариант 1.

1. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 - 2t$ . Найти закон ее движения.
2. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 4$ . Найти закон движения  $s$ , если за время  $t = 2$  с точка прошла 20 м.
3. Скорость прямолинейного движения точки задана формулой  $v = 3t^2 + 4t - 1$ . Найти закон движения точки, если в начальный момент времени она находилась в начале координат.
4. Точка движется прямолинейно с ускорением  $a = 12t^2 + 6t$ . Найдите закон движения точки, если в момент  $t = 1$  с ее скоростью  $v = 4$  м/с, а путь  $s = 5$  м.

#### Вариант 2.

1. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = 4t^3 + 2t$ . Найти закон ее движения.
2. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = 5t^2 - 6$ . Найти закон движения  $s$ , если за время  $t = 3$  с точка прошла 30 м.
3. Скорость прямолинейного движения точки задана формулой  $v = 5t^2 - 4t - 9$ . Найти закон движения точки, если в начальный момент времени она находилась в начале координат.
4. Точка движется прямолинейно с ускорением  $a = 12t^2 + 6t$ . Найдите закон движения точки, если в момент  $t = 2$  с ее скоростью  $v = 8$  м/с, а путь  $s = 6$  м.

#### Вариант 3.

1. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = -3t^2 + 6t$ . Найти закон ее движения.
2. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = 3t^3 - 5t$ . Найти закон движения  $s$ , если за время  $t = 6$  с точка прошла 50 м.

3. Скорость прямолинейного движения точки задана формулой  $v = 10t^2 - 7t - 1$ . Найти закон движения точки, если в начальный момент времени она находилась в начале координат.

4. Точка движется прямолинейно с ускорением  $a = 12t^2 + 6t$ . Найдите закон движения точки, если в момент  $t = 3$  с ее скоростью  $v = 9$  м/с, а путь  $s = 15$  м.

#### Вариант 4.

1. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 2t^3$ . Найти закон ее движения.

2. Скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону  $v = t^2 + 4t$ . Найти закон движения  $s$ , если за время  $t = 10$  с точка прошла 100 м.

3. Скорость прямолинейного движения точки задана формулой  $v = 6t^2 + 8t - 100$ . Найти закон движения точки, если в начальный момент времени она находилась в начале координат.

4. Точка движется прямолинейно с ускорением  $a = 12t^2 + 6t$ . Найдите закон движения точки, если в момент  $t = 2$  с ее скоростью  $v = 10$  м/с, а путь  $s = 9$  м.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №16

### ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

#### Цель:

- закрепить понятия определенного интеграла.
- сформировать навык применения различных правил, формул и методов интегрирования для вычисления интеграла.

#### Вариант 1.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

a)  $\int_{-\frac{2}{5}}^1 x^4 dx$ ; b)  $\int_0^2 \frac{x^5 - 3x^3 + x^2 - 1}{x^2} dx$ ; c)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ .

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

a)  $\int_1^2 (1 - 2x)^4 dx$ ; b)  $\int_0^1 \frac{dx}{5 - 2x}$ ; c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(3x + 1) dx$ .

#### Вариант 2.

1. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

a)  $\int_{-1}^2 (-2x^2) dx$ ; b)  $\int_{-2}^{-1} \frac{x^7 - 3x^4 + 2x}{x^3} dx$ ; c)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x dx$ .

2. Вычислить интеграл методом подстановки:

a)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x+3)}$ ; b)  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{\cos x} \sin x dx$ ; c)  $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos 5x dx$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №17

### ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

#### Цель:

- закрепить понятия определенного и неопределенного интеграла.
- формировать навык применения определенного интеграла для вычисления площади и объемов фигур.

#### Вариант 1.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = -x^2, y = x - 2, y = 0$ ; б)  $y = x^3 + 2, y = 0, x = 0, x = 2$ ;

в)  $y = 1 - x^2, y = -x - 1$ ; г)  $y = x^2 - 4x, y = -(x - 4)^2$ ;

д)  $y = \cos x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ .

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = x, y = x^2$ .

#### Вариант 2.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = x^3, y = 0, x = -3, x = 1$ ; б)  $y = -x^2 + 4x, y = 0$ ;

в)  $y = 2x, y = x - 2, x = 4$ ;

г)  $y = x^2 + 2x - 3, y = -x^2 + 2x + 5$ ; д)  $y = \sin x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ .

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 8x, y = x^2$ .

#### Вариант 3.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = x^2, y = 0, x = -3$ ; б)  $y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$ ;

в)  $y = 1 - x, y = 3 - 2x, x = 0$ ;

г)  $y = -x^2 + 2x + 3, y = 3 - x$ ; д)  $y = \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}$ .

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x, x = 0, x = \pi$ .

#### Вариант 4.

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1$ ;

б)  $y = -x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = -2$ ;

в)  $y = x^2 - 1, y = 2x + 2$ ; г)  $y = x^2 - 4x + 3, y = -x^2 + 6x - 5$ ;

д)  $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ .

2. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos x, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$ .

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №18

### ПРИБЛИЖЁННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА

#### Цель:

- закрепить понятия определенного и неопределенного интеграла.
- формировать навык применения формул прямоугольника, формул трапеций, формул Симпсона для нахождения определенного интеграла.

#### Задание для самостоятельного выполнения:

Вычислите приближенно определённые интегралы:

#### Вариант 1.

1.  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  по формуле прямоугольников ( $n = 10$ )

2.  $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{x}$  по формуле трапеций ( $n = 6$ )

3.  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  по формуле Симпсона ( $n = 2$ )

#### Вариант 2.

1.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$  по формуле прямоугольников ( $n = 12$ )

2.  $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{x}$  по формуле Симпсона ( $2n = 6$ )

3.  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  по формуле трапеций ( $n = 10$ )

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 19

### ОТНОШЕНИЕ МНОЖЕСТВ

#### Цель:

- закрепить понятие множества, отношения множеств.
- развить навык задания множеств.
- сформировать умения определять свойства отношений множеств.

#### Вариант 1.

1. Отношение « $x$  кратно  $y$ » задано на множестве  $\{2;4;6;8;10\}$ .

a) Постройте граф отношения;

b) Постройте график отношения.

2. Какими свойствами обладают следующие бинарные отношения:

a)  $\rho = \{(1; 2), (2; 3), (2; 1), (3; 2), (1; 1), (2; 2), (3; 3)\}$ ,  $A = \{1; 2; 3; 4\}$ ;

b) меньше на множестве действительных чисел;

3. Является ли отношение  $\rho$  отношением эквивалентности:

а)  $\rho = \{(1; 2), (2; 3), (3; 1), (1; 1), (2; 2), (3; 3)\}, A = \{1; 2; 3\}$ ;

б) перпендикулярность прямых на плоскости.

### Вариант 2.

1. Отношение « $x$  кратно  $y$ » задано на множестве  $\{3; 9; 6; 15; 12\}$ .

с) Постройте граф отношения;

д) Постройте график отношения.

2. Какими свойствами обладают следующие бинарные отношения:

с)  $\rho = \{(1; 2), (2; 3), (1; 3), (1; 1), (2; 2), (3; 3)\}, A = \{1; 2; 3\}$ ;

д) больше на множестве действительных чисел;

3. Является ли отношение  $\rho$  отношением эквивалентности:

с)  $\rho = \{(1; 2), (2; 3), (1; 3), (2; 1), (3; 2), (3; 1), (1; 1), (2; 2), (3; 3)\}, A = \{1; 2; 3\}$ ;

д)  $x$  одного года рождения с  $y$  на множестве людей.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №20

### ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

#### Цель:

- закрепить знания о множествах и операциях над ними;
- сформировать навыки изображения операции над множествами с помощью диаграмм Эйлера-Венна;
- развить умение задавать множество способом указания характеристического свойства.

#### Вариант 1.

1. Оформите запись: множество всех отличников из числа студентов филологического факультета.

2. Задайте перечислением элементов множества, заданные характеристическим свойством:

а)  $A = \{x | x \in N, x < 5\}$ ;

б)  $D = \{x | x \in Z, -5 < x \leq 2\}$ ;

в)  $E = \{x | x \in Z, -3 \leq x \leq 2\}$ ;

г)  $F = \{x | x \in N, 4 \leq x < 8\}$ .

3. Найдите пересечение (изобразите, используя круги Эйлера) множества  $A$  различных букв, входящих в слово «педагогика», и множества  $B$ , букв, входящих в слово «психология». Найдите объединение множеств  $A$  и  $B$ .

4. Найдите (изобразите на числовой прямой) разности  $A \setminus B$  и  $B \setminus A$  множеств  $A$  и  $B$ , если:

а)  $A = [3; 5], B = [4; 8];$

б)  $A = \{x|x \in R, 1 < x \leq 4\}, B = \{x|x \in R, 2 < x \leq 8\}.$

5. Найдите (изобразите на числовой прямой) дополнение множества  $B$  до множества  $A$ , если  $B \subseteq A$  ( $\subseteq$  - является подмножеством или равно):

а)  $A = \{x|x \in R, -\infty < x < 5\}, B = \{x|x \in R, 1 \leq x \leq 2\};$

б)  $A = [3; \infty), B = [5; 6].$

6. Найдите множества  $A$  и  $B$ , если:  $A \times B = \{(c; a), (c; y), (t; a), (t; y), (o; a), (o; y), (л; a), (л; y)\}$ , где  $A \times B$  – декартово произведение множеств.

7. Напишите все правильные дроби (правильная дробь — это обыкновенная дробь, числитель которой меньше знаменателя), числители которых выбираются из множества  $A = \{5; 6\}$ , а знаменатели из множества  $B = \{7; 8; 9\}$ .

8. Найдите (изобразите на числовой прямой)  $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$ , если:

а)  $A = [-2; 6], B = (1; 10);$

б)  $A = (0; 1], B = (-\infty; 2);$

в)  $A = [2; 7], B = [4,5; 7];$

г)  $A = (-3; 5], B = [6; 7);$

д)  $A = (-\infty; 8), B = (0; +\infty).$

9. Решить задачу с помощью кругов Эйлера: из 25 учащихся класса 15 увлекаются математикой, а 12 – русским языком. Каким может быть число учащихся, увлекающихся обоими предметами? Увлекающихся хотя бы одним предметом?

10. Сформулируйте и решите задачу с помощью кругов Эйлера (не менее 5 кругов).

### Вариант 2.

1. Оформите запись: множество всех девочек из числа студентов математического факультета.

2. Задайте перечислением элементов множества, заданные характеристическим свойством:

а)  $A = \{x|x \in N, x \leq 7\};$

б)  $D = \{x|x \in Z, -4 \leq x < 4\};$

в)  $E = \{x|x \in Z, -2 \leq x < 5\};$

г)  $F = \{x|x \in N, 4 < x < 10\}.$

3. Найдите пересечение (изобразите, используя круги Эйлера) множества  $A$  различных букв, входящих в слово «дискуссия», и множества  $B$ , букв, входящих в слово «эмпатия». Найдите объединение множеств  $A$  и  $B$ .

4. Найдите (изобразите на числовой прямой) разности  $A \setminus B$  и  $B \setminus A$  множеств  $A$  и  $B$ , если:

а)  $A = [3; 5), B = [2; 8];$

б)  $A = \{x|x \in R, -2 < x \leq 4\}, B = \{x|x \in R, 0 < x < 8\}$ .

5. Найдите (изобразите на числовой прямой) дополнение множества  $B$  до множества  $A$ , если  $B \subseteq A$  ( $\subseteq$  - является подмножеством или равно):

а)  $A = \{x|x \in R, -\infty < x \leq 2\}, B = \{x|x \in R, 0 \leq x < 2\}$ ;

б)  $A = [1; \infty), B = [4; 7]$ .

6. Найдите множества  $A$  и  $B$ , если:  $A \times B = \{(c; a), (c; и), (т; a), (т; и), (о; а), (о; и), (п; а), (п; и)\}$ , где  $A \times B$  – декартово произведение множеств.

7. Напишите все правильные дроби (правильная дробь — это обыкновенная дробь, числитель которой меньше знаменателя), числители которых выбираются из множества  $A = \{1; 2\}$ , а знаменатели из множества  $B = \{5; 6; 8\}$ .

8. Найдите (изобразите на числовой прямой)  $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$ , если:

а)  $A = [-3; 5], B = (1; 11)$ ;

б)  $A = (0; 3], B = (-\infty; 4)$ ;

в)  $A = [-2; 7], B = [4, 5; 9]$ ;

г)  $A = (-2; 5], B = [6; 8)$ ;

д)  $A = (-\infty; -9), B = (-1; +\infty)$ .

9. Решить задачу с помощью кругов Эйлера: из 25 учащихся класса 20 увлекаются математикой, а 10 – русским языком. Каким может быть число учащихся, увлекающихся обоими предметами? Увлекающихся хотя бы одним предметом?

10. Сформулируйте и решите задачу с помощью кругов Эйлера (не менее 5 кругов).

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №21

### РЕШЕНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

#### Цель:

- закрепить знания о понятиях перестановки, размещения и сочетания;
- сформировать навыки решения комбинаторных задач.

#### Вариант 1.

Вычислить и поэтапно расписать решение, указать тип комбинаторной задачи (перестановки, размещения и сочетания), написать основную формулу и подробно расписывать решение задачи:

а)  $\frac{5!+6!}{4!}$ ; б)  $\frac{14! \cdot 40!}{39! \cdot 15!}$ ; в)  $\frac{30!}{28! \cdot 5!}$ .

2. Сколько перестановок букв из слова "HTML" можно составить?

3. Сколько различных трехзначных чисел, можно составить из пяти цифр 2, 4, 5, 7, 9, равно (все цифры в числе разные)?

4. Найти количество сочетаний по 2 элемента из 5.
5. Найти количество размещений по 2 элемента из 6.
6. Найти значение выражения  $P_4 + A_4^3$ .
7. Сколькими различными способами можно выбрать из 15 студентов команду дежурных в составе трех человек?
8. Для участия в олимпиаде отбирают 5 человек из 10. Сколькими способами можно сформировать команду участников, если 2 победителя предыдущих туров должны точно войти в состав этой команды?
9. В турнире по Спортивному фехтованию принимали участие 15 человек, причем каждый из них провел только один поединок с каждым из остальных. Сколько всего поединков было сыграно в этом турнире?

### **Вариант 2.**

1. Вычислить и поэтапно расписать решение, указать тип комбинаторной задачи (перестановки, размещения и сочетания), написать основную формулу и подробно расписать решение задачи:

а)  $\frac{6!+7!}{5!}$ ; б)  $\frac{24! \cdot 50!}{49! \cdot 25!}$ ; в)  $\frac{40!}{38! \cdot 5!}$ ;

2. Сколько перестановок букв из слова "TIME" можно составить?
3. Сколько различных трехзначных чисел, можно составить из пяти цифр 1, 3, 5, 7, 8, равно (все цифры в числе разные)?
4. Найти количество сочетаний по 3 элемента из 5.
5. Найти количество размещений по 2 элемента из 5.
6. Найти значение выражения  $P_3 + C_4^3$ .
7. Сколькими различными способами можно выбрать из 15 человек делегацию в составе трех человек?
8. Для участия в команде тренер отбирает 5 девушек из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 2 определенных девушки должны войти в команду?
9. В турнире по капоэйре (бразильское боевое искусство) принимали участие 15 человек, причем каждый из них провел только одну партию матча с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?

## **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №22**

### **ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

#### **Цель:**

- закрепить знания о понятиях случайное событие, вероятность;
- сформировать навыки нахождения вероятности случайных событий.

#### **Вариант 1.**

1. Вероятность попадания по цели №1 равна 0,3, а вероятность попадания по цели №2 равна 0,6. Вычислить (и поэтапно расписать

решение) чему равна вероятность события «попали по цели №1 или по цели №2».

2. Вероятность попадания по цели первым стрелком равна 0,4, а вероятность попадания по цели вторым стрелком равна 0,7. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность события «попали в цель и первый стрелок, и второй».

3. Игральный кубик бросают один раз. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков большее, чем 4 (ответ записать в виде обыкновенной дроби).

4. Игральный кубик бросают один раз. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что на верхней грани выпадет нечетное число очков (ответ записать в виде обыкновенной дроби).

5. В урне 10 зеленых, 15 желтых и 25 красных шаров. Вынули один шар. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что вынутый шар зеленый или красный (ответ записать в виде десятичной дроби).

6. В урне 20 зеленых, 15 желтых и 15 красных шаров. Вынули один шар. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что вынутый шар красный или желтый (ответ записать в виде десятичной дроби).

7. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что в сумме выпадет 3 очка (ответ записать в виде десятичной дроби, округлив до сотых).

8. Вероятность поломки первого глюкометр равна 0,1, второго глюкометра – 0,15, третьего глюкометра – 0,2. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что:

а) сломается ровно один глюкометр;

б) ни один глюкометр не сломается.

### **Вариант 2.**

1. Вероятность попадания по цели первым стрелком равна 0,4, а вероятность попадания по цели вторым стрелком равна 0,5. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность события «попал в цель первый стрелок или второй».

2. Вероятность попадания по цели №1 равна 0,3, а вероятность попадания по цели №2 равна 0,6. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность события «попали по цели №1 и по цели №2».

3. Игральный кубик бросают один раз. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков, меньшее, чем 5 (ответ записать в виде обыкновенной дроби).

4. Игральный кубик бросают один раз. Вычислить (и поэтапно

расписать решение) чему равна вероятность того, что на верхней грани выпадет четное число очков (ответ записать в виде обыкновенной дроби).

5. В урне 10 зеленых, 15 желтых и 25 красных шаров. Вынули один шар. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что вынутый шар: зеленый или желтый (ответ записать в виде десятичной дроби).

6. В урне 20 зеленых, 15 желтых и 15 красных шаров. Вынули один шар. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что вынутый шар зеленый или красный (ответ записать в виде десятичной дроби).

7. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что в сумме выпадет 11 очков (ответ записать в виде десятичной дроби, округлив до сотых).

8. Вероятность неисправности первого термометра равна 0,1, второго термометра – 0,15, третьего термометра – 0,2. Вычислить (и поэтапно расписать решение) чему равна вероятность того, что:

- а) ни один термометр не сломается;
- б) ровно два термометра сломаются.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №23

### РАСЧЁТ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

#### Цель:

- закрепить знания о понятиях вероятность, случайная величина, математическое ожидание, дисперсия;
- сформировать навыки вычисления числовых характеристик случайной величины.

#### Вариант 1.

Решите задачи:

1. Дан закон распределения случайной величины  $X$ . Вычислите математическое ожидание случайной величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

$X$	$x_i$	0	1	2	3
	$p_i$	0,2	0,3	0,4	0,1

2. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равно среднее квадратическое отклонение случайной величины?

3. Компьютер состоит из трех независимо работающих элементов: системного блока, монитора и клавиатуры. При однократном резком

повышении напряжения вероятность отказа каждого элемента равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов при скачке напряжения в сети.

4. Найти числовые характеристики дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

$X$	$x_i$	-5	2	3	4
	$p_i$	0,4	0,3	0,1	0,2

5. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$x_i$	-2	-1	3	8	9
$p_i$	4p	0,2	0,3	p	0,4

Найти:

а)  $p$ ;

б) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины;

6. Дискретная случайная величина (ДСВ)  $X$  задана законом распределения:

$X$	$x_i$	-4	x	-3
	$p_i$	0,3	0,3	p

Известно, что  $M(X) = -1,8$ . Найти:  $p$ ,  $x$ ,  $D(X)$ ,  $p(-3 \leq X < x)$

### Вариант 2.

Решите задачи:

1. Найти дисперсию случайной величины  $X$  со следующим законом распределения:

$X$	$x_i$	2	3	5
	$p_i$	0,1	0,6	0,3

2. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более четырех выстрелов. Составить закон распределения числа промахов, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти числовые характеристики случайной величины.

3. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины  $X$  – стоимости возможного выигрыша.

4. Найти числовые характеристики случайной величины  $X$  со следующим законом распределения:

$X$	$x_i$	-1	2	5
	$p_i$	0,03	0,06	0,91

5. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$x_i$	-2	-1	-4	4	6
$p_i$	4p	0,2	0,1	p	0,2

Найти:

а)  $p$ ;

б) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины;

6. Дискретная случайная величина (ДСВ)  $X$  задана законом распределения:

$X$	$x_i$	-4	-2	x
	$p_i$	0,3	0,5	p

Известно, что  $M(X) = -1,8$ . Найти:  $p$ ,  $x$ ,  $D(X)$ ,  $p(-3 \leq X < x)$

### Вариант 3.

Решите задачи:

1. Дан закон распределения случайной величины  $X$ . Вычислите математическое ожидание случайной величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

X	$x_i$	-1	2	5
	$p_i$	0,03	0,06	0,91

2. На элеватор прибыло 6 машин агрофирмы «А1» и 4 машины агрофирмы «А2». Под разгрузку случайным образом загоняются 8 машин. Число машин фирмы «А1», попавших под разгрузку - случайная величина. Составить закон распределения этой случайной величины. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этого распределения.

3. На полке из 6 книг 3 книги по математике и 3 по физике. Выбирают наудачу три книги. Найти закон распределения числа книг по математике среди выбранных книг. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

4. Найти числовые характеристики дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

X	$x_i$	-6	1	2	8
	$p_i$	0,04	0,03	0,01	0,92

5. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$x_i$	-2	-1	4	-6	18
$p_i$	$2p$	0,2	0,3	$p$	0,4

Найти:

а)  $p$ ;

б) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины;

6. Дискретная случайная величина (ДСВ)  $X$  задана законом распределения:

X	$x_i$	-4	-2	$x$
	$p_i$	$p$	0,4	0,3

Известно, что  $M(X) = -1,7$ . Найти:  $p$ ,  $x$ ,  $D(X)$ ,  $p(-3 \leq X < x)$

## ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### Электронные учебные издания основной литературы

1. Высшая математика: учебник и практикум для СПО / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общ. ред. М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 472 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа <https://www.biblio-online.ru>]

2. Башмаков М. И. Математика: учебник для студ. учреждений сред.

проф. образования – М.: Академия, 2019. – 256 с. [Электронный ресурс; Режим доступа <http://www.academia-moscow.ru>]

### **Печатные учебные издания дополнительной литературы**

1. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике – М.: АСТ: Астрель, 2012.

2. Микиша А. М., Орлов В. Б. Толковый математический словарь. Основные термины: около 2500 терминов – М.: Рус. яз., 1988. – 244 с.

3. Периодическое издание: Математика– первое сентября

4. Периодическое издание: Теоретический и научно-методический журнал «Среднее профессиональное образование» + Приложение

### **Электронные учебные издания дополнительной литературы, имеющиеся в электронном каталоге электронно-библиотечной системы**

1. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1: учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 439 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа <https://www.biblio-online.ru>]

2. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 2: учебное пособие для СПО / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 320 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа <https://www.biblio-online.ru>]

3. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов: учебник и практикум для СПО / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 397 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа <https://www.biblio-online.ru>]

4. Математика. Практикум: учебное пособие для СПО / О. В. Татарников [и др.]; под общ. ред. О. В. Татарникова. — М.: Издательство Юрайт, 2019. — 285 с. — (Профессиональное образование) [Электронный ресурс; Режим доступа <https://www.biblio-online.ru>]

5. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для СПО / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 479 с. [Электронный ресурс; Режим доступа <https://www.biblio-online.ru>]

6. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для СПО / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 406 с. [Электронный ресурс; Режим доступа <https://www.biblio-online.ru>]

## **СОДЕРЖАНИЕ**

<b>ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....</b>	<b>3</b>
<b>ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....</b>	<b>5</b>

<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1.</b> Преобразование комплексных чисел в алгебраической форме.....	6
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2.</b> Преобразование комплексных чисел в тригонометрической форме.....	8
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3.</b> Преобразование комплексных чисел в показательной форме.....	9
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4.</b> Определитель второго порядка и его свойства.....	11
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5.</b> Определитель третьего порядка и его свойства.....	13
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №6.</b> Решение систем 3 линейных уравнений.....	15
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №7.</b> Методы вычисления пределов в точке.....	16
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №8.</b> Вычисление бесконечных пределов.....	17
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №9.</b> Вычисление замечательных пределов.....	18
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №10.</b> Вычисление производных при заданном аргументе.....	19
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 11.</b> Вычисление производных тригонометрических функций.....	19
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №12.</b> Вычисление производных показательных и логарифмических функций.....	20
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №13.</b> Исследование функции и построение графика.....	21
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №14.</b> Методы нахождения определенного интеграла.....	22
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №15.</b> Приложение интегралов.....	23
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №16.</b> Вычисление определенных интегралов.....	24
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №17.</b> Приложение определенного интеграла к решению задач.....	25
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №18.</b> Приближенные вычисления определённого интеграла.....	26
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №19.</b> Отношение множеств.....	26
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №20.</b> Операции над множествами...	27
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №21.</b> Решение комбинаторных задач.....	29
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №22.</b> Элементы теории вероятностей.....	30
<b>ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №23.</b> Расчет числовых характеристик случайной величины.....	32
<b>ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	34

# **ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

**21.00.00 ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ, ГОРНОЕ ДЕЛО,  
НЕФТЕГАЗОВОЕ ДЕЛО И ГЕОДЕЗИЯ**  
специальность 21.02.01 Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых  
месторождений

**Методические указания к выполнению практических занятий для  
обучающихся 2 курса всех форм обучения  
образовательных организаций  
среднего профессионального образования**

## **Часть 1**

Методические указания  
разработал преподаватель: Винник Анна Валентиновна

Подписано к печати *16.05.2023 г.*

Формат 60x84/16

Тираж

Объем *2,3* п.л.

Заказ

*1 экз.*

---

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Югорский государственный университет» (ЮГУ)  
**НЕФТЯНОЙ ИНСТИТУТ**  
(ФИЛИАЛ) ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЮГОРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
628615 Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ,  
г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.