МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Югорский государственный университет»

# ЕН.01 МАТЕМАТИКА

**Методические указания к выполнению практических занятий
для обучающихся заочной формы обучения
образовательных учреждений
среднего профессионального образования
специальности
21.01.02 Разработка нефтяных и газовых месторождений**

Нижневартовск 2016

**ББК 22.1**
**М-34**

**РАССМОТРЕНО**
На заседании ПЦК «МиЕНД »
Протокол № 4 от 26.04.2016г.
Председатель
____________ Р.Х. Шакирова

**УТВЕРЖДАЮ**
Председатель методического совета
ННТ (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ»
____________ Р.И. Хайбулина
«19» мая 2016г.

Методические указания к выполнению практических занятий для обучающихся заочной формы обучения образовательных учреждений среднего профессионального образования специальности 21.01.02 Разработка нефтяных и газовых месторождений по дисциплине ЕН.01 «Математика» разработаны в соответствии с:

1. Федеральным государственным образовательным стандартом (далее - ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее - СПО) 21.01.02 Разработка нефтяных и газовых месторождений, утвержденным приказом № 832 Министерства образования и науки РФ от 28.07.2014г.
2. Рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01 «Математика», утв. 11.09.2015г.

Разработчик:
Карсакова Елена Николаевна, преподаватель высшей квалификационной категории Нижневартовского нефтяного техникума (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ».

Рецензенты:

1. Мирошниченко В.В., высшая квалификационная категория, преподаватель Нижневартовского нефтяного техникума (филиал) ФГБОУ ВО «ЮГУ».
2. Дмитриев Н.П., кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физико-математического образования НГГУ.

Замечания, предложения и пожелания направлять в Нижневартовский нефтяной техникум (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Югорский государственный университет» по адресу: 628615, Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ, г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.

# ВВЕДЕНИЕ

Методические указания к выполнению практических занятий разработаны в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом по специальности среднего профессионального образования 21.01.02 Разработка нефтяных и газовых месторождений и рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01 «Математика», предназначенной для реализации государственных требований к уровню подготовки выпускников.

Комплекс практических занятий является вспомогательным инструментом при формировании общей системы знаний на основе использования математических идей и методов в профессиональной деятельности; практического применения приобретенных знаний и умений при выполнении исследовательских и практических работ.

Практические занятия учебной дисциплины ЕН.01 «Математика» ориентированы на развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, необходимой для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования; овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла.

Пособие содержит требования к выполнению и оформлению практических занятий, тематический перечень работ, методические указания к выполнению практической части, варианты заданий, вопросы для самоконтроля, список основной и дополнительной литературы.

# ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. Все работы выполняются в тетради для практических занятий.
2. Работы оформляют чернилами одного цвета аккуратным и разборчивым почерком.
3. Условия задач должны быть переписаны полностью.
4. Приступая к решению, внимательно изучите методические указания к работе.
5. Уделите внимание вопросам для самоконтроля.
6. Решение сопроводите краткими пояснениями, указав используемые формулы.
7. Геометрические построения следует выполнять карандашом с помощью чертёжных инструментов.
8. Задания к практическим занятиям имеют 15 вариантов.
9. Каждый студент выполняет свой вариант.

# ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

| Номер раздела | Номер и тема занятия | Количество аудиторных часов |
|---|---|---|
| 1 | Практическое занятие №1. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. | 2 |
| 3 | Практическое занятие №2. Вычисление пределов функции в заданной точке. | 2 |
| 4 | Практическое занятие №3. Правила дифференцирования функций. | 2 |
| | **ИТОГО:** | **6** |

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

### ДЕЙСТВИЯ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ В АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

**Цель:**

- сформировать умения выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме;

- развить навыки преобразования мнимой единицы;

- закрепить знания о свойствах степени;

**Материально – техническое обеспечение:** методические указания по выполнению работы, плакат свойства степени;

**Время выполнения:** 2 академических часа;

**Ход занятия:**

1. Изучить краткие теоретические сведения;
2. Выполнить задания;
3. Сделать вывод по работе;
4. Подготовить защиту работы по контрольным вопросам.

**Краткие теоретические сведения:**

Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме производится по правилам соответствующих действий над многочленами.

**Пример 1.** Выполнить сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел:

**Решение:**

1. Сложение комплексных чисел: $z_1 = 4 + 2i, \quad z_2 = 1 + 5i.$

По правилу сложения комплексных чисел получим:

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i = (4 + 2i) + (1 + 5i) = (4 + 1) + (2 + 5)i = 5 + 7i\ .$$

2. Вычитание комплексных чисел: $z_1 = 3 + 5i, \quad z_2 = 6 + 3i.$

По правилу вычитания комплексных чисел получим:

$$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i = (3 - 6) + (5 - 3)i = -3 + 2i\ .$$

3. Умножение комплексных чисел: $z_1 = 5 - 4i, \quad z_2 = 3 + 2i.$

По правилу умножения комплексных чисел получим:

$$z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i) = (5 - 4i)(3 + 2i) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 2i - 4i \cdot 3 - 4i \cdot 2i =$$

$$= 15 + 10i - 12i - 8i^2 = 15 - 2i - 8(-1) = 23 - 2i.$$

4. Деление комплексных чисел: $z_1 = 2 - 3i, \quad z_2 = 4 + 5i.$

Умножаем делимое и делитель на множитель, сопряженный делителю:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{(a_2 + b_2 i)(a_2 - b_2 i)} = \frac{(2 - 3i)(4 - 5i)}{(4 + 5i)(4 - 5i)} = \frac{8 - 10i - 12i + 15i^2}{16 - 25i^2} = \frac{8 - 22i + 15(-1)}{16 - 25(-1)} =$$

$$= \frac{-7 - 22i}{41} = -\frac{7}{41} - \frac{22}{41}i;$$

**Пример 2.** Вычислить: $i^{15}, \quad (1 + i)^8$

**Решение:**

1. Так как $i^2 = -1, \quad i^3 = i^2 \cdot i = (-1)i = -i,$ получим:

$$i^{15} = (i^2)^7 \cdot i = (-1)^7 \cdot i = -1 \cdot i = -i.$$

2. Используя соотношение $(1 + i)^2 = 2i$, получим:

$$(1 + i)^8 = \left[(1 + i)^2\right]^4 = (2i)^4 = 16i^4 = 16(i^2)^2 = 16(-1)^2 = 16.$$

**Задания для самостоятельного выполнения:**

I. Выполните сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме.

II. Возведите в степень.

**Вариант 1.**

1. а) $(3 + i) + (-3 - 8i);$ в) $(5 + 4i)(1 + 2i);$

б) $(4 + 5i) - (-2 + 3i);$ г) $\dfrac{3 - i}{3 + i}.$

2. а) $i^7;$ б) $(1 + i)^{15};$ в) $i + i^2 + i^6 + i^8 + i^{10}.$

**Вариант 2.**

1. а) $(5 - 4i) + (7 + 4i);$ в) $(8 - 2i)(8 + 2i);$

б) $(3 + 9i) - (1 + 3i);$ г) $\dfrac{1 - i}{i - 2}.$

2. а) $i^{23};$ б) $(1 + i)^{19};$ в) $i^6 + i^7 + i^8 + i^9 + i^{10}.$

**Вариант 3.**

1. а) $(3 + 2i) + (5 + 3i);$ в) $(5 - 3i)(5 + 3i);$

б) $(4 + 3i) - (2 + i);$ г) $\dfrac{4i + 1}{3 - i}.$

2. а) $i^{25};$ б) $(1 + i)^5;$ в) $i + i^3 + i^5 + i^7 + i^9.$

**Вариант 4.**

1. а) $(7+i)+(7+3i)$; в) $(6+2i)(6-2i)$;

б) $(0{,}2+4i)-(0{,}8+2i)$; г) $\dfrac{5+i}{5-2i}$.

2. а) $i^{21}$; б) $(1+i)^{14}$; в) $i^{7}+i^{8}+i^{9}+i^{10}+i^{11}$.

**Вариант 5.**

1. а) $(15+i)+(8+2i)$; в) $(3+4i)(3-4i)$;

б) $(1-i)-(7-3i)$; г) $\dfrac{6-3i}{8+4i}$.

2. а) $i^{18}$; б) $(1+i)^{4}$; в) $i\ +i^{4}+i^{7}+i^{9}+i^{11}$.

**Вариант 6.**

1. а) $(-2-i)+(1+i)$; в) $(8+i)(8-i)$;

б) $(2+i)-(6-2i)$; г) $\dfrac{2i-1}{7+3i}$.

2. а) $i^{27}$; б) $(1+i)^{22}$; в) $i^{2}+i^{4}+i^{8}+i^{9}+i^{10}$.

**Вариант 7.**

1. а) $(12-i)+(3-5i)$; в) $(3+i)(3-i)$;

б) $(5+6i)-(-3-4i)$; г) $\dfrac{-8-7i}{1+3i}$.

2. а) $i^{16}$; б) $(1+i)^{16}$; в) $i^{5}+i^{6}+i^{9}+i^{10}+i^{12}$.

**Вариант 8.**

1. а) $(15+2i)+(9+3i)$; в) $(10+2i)(10-i)$;

б) $(1+7i)-(3-i)$; г) $\dfrac{5+12i}{8-6i}$.

2. а) $i^{8}$; б) $(1+i)^{13}$; в) $i\ +i^{2}+i^{6}+i^{7}+i^{8}$.

**Вариант 9.**

1. а) $(4+11i)+(7+9i)$; в) $(-1+6i)(6-i)$;

б) $(-7+2i)-(5-i)$; г) $\dfrac{3+3i}{4-3i}$.

2. а) $i^{13}$; б) $(1+i)^{9}$; в) $i^{4}+i^{5}+i^{9}+i^{12}+i^{15}$.

**Вариант 10.**

1. а) $(-6+2i)+(-6-2i)$; в) $(7+2i)(7-2i)$;

б) $(7-3i)-(2+4i)$; г) $\dfrac{2+9i}{3i-1}$.

2. а) $i^{12}$; б) $(1+i)^{18}$; в) $i^{6}+i^{8}+i^{10}+i^{12}+i^{14}$.

**Вариант 11.**

1. а) $(0{,}2+0{,}1i)+(0{,}8-1{,}1i)$; в) $(9-4i)(9+4i)$;

б) $(21+3i)-(6+i)$; г) $\dfrac{2-3i}{4+5i}$.

2. а) $i^{17}$; б) $(1+i)^{12}$; в) $i^{2}+i^{3}+i^{5}+i^{6}+i^{10}$.

**Вариант 12.**

1. а) $(-8-7i)+(4-3i)$; в) $(1-i)(1+i)$;

б) $(4+11i)-(7+9i)$; г) $\frac{1+7i}{2+3i}$.

2. а) $i^{15}$; б) $(1+i)^{10}$; в) $i^4+i^5+i^6+i^7+i^8$.

**Вариант 13.**

1. а) $(12-i)+(5+14i)$; в) $(3+2i)(2-i)$;

б) $(0{,}5-3{,}2i)-(1{,}5-0{,}8i)$; г) $\frac{2+9i}{7+8i}$.

2. а) $i^{26}$; б) $(1+i)^{11}$; в) $i^3+i^5+i^7+i^{11}+i^{13}$.

**Вариант 14.**

1. а) $(4+2i)+(-4+4i)$; в) $(6-3i)(5-2i)$;

б) $(0{,}2-0{,}3i)-(0{,}5+0{,}4i)$; г) $\frac{2-2i}{5-2i}$.

2. а) $i^{19}$; б) $(1+i)^{21}$; в) $i^2+i^4+i^8+i^{10}+i^{16}$.

**Вариант 15.**

1. а) $(5+5i)+(15-8i)$; в) $(1-9i)(1+9i)$;

б) $(6+12i)-(9+4i)$; г) $\frac{-3-4i}{2+2i}$.

2. а) $i^{22}$; б) $(1+i)^{24}$; в) $i\ +i^3+i^6+i^9+i^{13}$.

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Дайте определение равным, противоположным, сопряженным, мнимым комплексным числам.
2. Запишите алгебраическую форму комплексного числа.
3. Как выполняются действия над комплексными числами в алгебраической форме?
4. Правило вычисления натуральных степеней мнимой единицы?

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ФУНКЦИИ В ЗАДАННОЙ ТОЧКЕ

**Цель:**

- сформировать навыки вычисления пределов в точке;
- развить умение раскрывать неопределённости вида $\left[\frac{0}{0}\right];\left[\frac{1}{0}\right];\left[\frac{C}{0}\right]$;
- закрепить знания о способах разложения многочлена на линейные множители;

**Материально – техническое обеспечение:** методические указания по выполнению работы;

**Время выполнения:** 2 академических часа;

**Ход занятия:**

1. Изучить краткие теоретические сведения;

2. Выполнить задания;

3. Сделать вывод по работе;

4. Подготовить защиту работы по контрольным вопросам.

**Краткие теоретические сведения:**

Предельное значение функции в заданной точке — такая величина, к которой стремится рассматриваемая функция при стремлении её аргумента к данной точке.

Если такой предел существует, то говорят, что функция **сходится** к указанному значению; если такого предела не существует, то говорят, что функция **расходится**.

Отсутствие предела функции (в данной точке) означает, что для любого заранее заданного значения области значений и всякой его окрестности сколь угодно близко от заданной точки существуют точки, значение функции в которых окажется за пределами заданной окрестности.

Если в некоторой точке области определения функции существует предел и этот предел равен значению в данной функции, то функция оказывается **непрерывной** (в данной точке).

**Определение 1:** Пусть функция f (x) определена в некоторой окрестности точки *a*, кроме самой точки *a*. Число B называют пределом функции f(x) в точке *a*, если для любой последовательности значений аргументов $x_1$, $x_2$, $x_3$, …, $x_n$, стремящихся к *a*, последовательность соответствующих значений функции $f(x_1)$, $f(x_2)$, …, $f(x_n)$, сходится к числу B.

Обозначение: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = B$, если $x_n \to a$ при $f(x_n) \to B$.

Для предела функции в точке справедливы следующие теоремы:

**Теорема 1.** Если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = B$, то предел суммы функций f(x) и g(x) при x→a равен сумме пределов этих функций, т.е.

$$\lim_{x\to a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x).$$

**Теорема 2.** Если f(x) и g(x) имеют пределы при x→a, то предел произведения функций при x→a равен произведению пределов этих функций, т.е.

$$\lim_{x\to a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x).$$

**Следствие 1.** $\lim\limits_{x\to a} (C\cdot f(x)) = C \cdot \lim\limits_{x\to a} f(x)$.

**Следствие 2.** $\lim\limits_{x\to a} C = C$.

**Теорема 3.** Если функции f(x) и g(x) имеют пределы при x→a, причем предел функции g(x) ≠ 0, то имеет место равенство:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}.$$

Рассмотрим вычисление пределов функций на конкретных примерах.

**Пример 1.** Найти предел в заданной точке:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{x^3-8};$$

**Решение:**

При непосредственной подстановке x = 2 получим неопределенность вида [0/0]. Раскрыть эту неопределенность возможно, разложив числитель и знаменатель на линейные множители по формулам:

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2),\ a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2).$$

Далее сократим дробь на $x-2$ и найдём значение предела при x = 2:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{x^3-8}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to 2}\frac{x+4}{x^2+2x+4}=\frac{2+4}{2^2+2\cdot 2+4}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}.$$

**Пример 2.** Найти предел в заданной точке:

$$\lim_{x\to 6}\frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3};$$

**Решение:**

В данном случае пределы числителя и знаменателя при $x\to 6$ равны нулю, имеем неопределенность вида [0/0].

Умножаем числитель и знаменатель на сопряженный знаменателю множитель $\sqrt{x+3}+3$ и, затем сократив дробь на $x-6$, получим:

$$\lim_{x\to 6}\frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}=\lim_{x\to 6}\frac{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)}{(\sqrt{x+3}-3)(\sqrt{x+3}+3)}=\lim_{x\to 6}\frac{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)}{x+3-9}=$$

$$=\lim_{x\to 6}\frac{(x-6)(\sqrt{x+3}+3)}{x-6}=\lim_{x\to 6}\sqrt{x+3}+3=\sqrt{6+3}+3=6.$$

**Задания для самостоятельного выполнения:**

Найти пределы функций в заданных точках.

**Вариант 1.**

1. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-2x-3}{x^2-9}$; 2. $\lim\limits_{\tilde{o}\to 3}\frac{5}{3x-9}$; 3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{x+1}}{x}$;

**Вариант 2.**

1. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x+x^2}{x^2+5x+6}$; 2. $\lim\limits_{\tilde{o}\to 0}\frac{7}{5x^2-3\tilde{o}}$; 3. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2-x}{\sqrt{x+2}-2}$;

**Вариант 3.**

1. $\lim\limits_{x\to 1}\left(4x+3x^2-1\right)$; 2. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{4x^2-11x-3}{3x^2-8x-3}$; 3. $\lim\limits_{x\to 6}\frac{6-x}{3-\sqrt{x+3}}$;

**Вариант 4.**

1. $\lim\limits_{x\to 3}\left(x^2-2x+1\right)$; 2. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$; 3. $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}$;

**Вариант 5.**

1. $\lim\limits_{x\to -2}\left(3x-4x^2\right)$; 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x^2-7x-2}{5x^2-9x-2}$; 3. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$;

**Вариант 6.**

1. $\lim\limits_{\tilde{o}\to 0}\dfrac{9}{7x^2+3\tilde{o}}$; 2. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-6x+5}{x^2-25}$; 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4-x}-2}{3x}$;

**Вариант 7.**

1. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{25-x^2}{5-x}$; 2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x^2-11x-3}{5x^2-16x+3}$; 3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$;

**Вариант 8.**

1. $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^2-36}{x+6}$; 2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-x-12}{2x^2-7x-4}$; 3. $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{3x^2}$;

**Вариант 9.**

1. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{49-x^2}{7-x}$; 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-7x+3}{3x^2-2x-1}$; 3. $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}$;

**Вариант 10.**

1. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{x^2-64}{x-8}$; 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-10}{x-2}$; 3. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$;

**Вариант 11.**

1. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-2x-15}{x^2-9}$; 2. $\lim\limits_{\tilde{o}\to 0}\dfrac{3x^2+4\tilde{o}}{x}$; 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{x/3}$;

**Вариант 12.**

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x-2}$; 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-8x+4}{5x^2-14x+8}$; 3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$;

**Вариант 13.**

1. $\lim\limits_{x\to 11}\dfrac{121x-x^3}{11-x}$; 2. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+8x+15}{x^2+3x-10}$; 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$;

**Вариант 14.**

1. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-64}{x^2-16}$; 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-10}{x-2}$; 3. $\lim\limits_{x\to -27}\dfrac{x+27}{\sqrt{x}+3}$;

**Вариант 15.**

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-9x}{x-3}$; 2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-x-12}{2x^2-7x-4}$; 3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x-3}{\sqrt{x+3}-3}$;

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Назовите основные методы вычисления пределов в точке.
2. Сформулируйте теоремы о пределах.
3. Запишите формулу разложения квадратного трёхчлена.
4. Запишите формулы разности квадратов и разности кубов.

# ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3

## ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ФУНКЦИЙ

**Цель:**

- сформировать навыки нахождения производных функций по правилам дифференцирования суммы и разности, произведения и частного;
- развить умение вычисления значения производной при заданном значении аргумента;
- закрепить знания о способах преобразования степенных выражений;

**Материально – техническое обеспечение:** методические указания по выполнению работы, стенды «Правила дифференцирования»;

**Время выполнения:** 2 академических часа;

**Ход занятия:**

1. Изучить краткие теоретические сведения;
2. Выполнить задания;
3. Сделать вывод по работе;
4. Подготовить защиту работы по контрольным вопросам.

**Краткие теоретические сведения:**

Производной функции $y=f(x)$ в точке $x_0$ называется предел отношения приращения функции $\Delta f$ к приращению аргумента $\Delta x$, когда последнее стремится к нулю:

$$y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x};$$

Функция, имеющая конечную производную, называется **дифференцируемой.**

Операция нахождения производной называется **дифференцированием**.

Если $\boldsymbol{y=f(x)}$ и $\boldsymbol{u=\varphi(x)}$ – дифференцируемые функции своих аргументов, то производная сложной функции $\boldsymbol{y=f(\varphi(x))}$ существует и равна произведению производной функции **y** по промежуточному аргументу $\boldsymbol{u}$ на производную промежуточного аргумента $\boldsymbol{u}$ по независимой переменной $\boldsymbol{x}$:

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x;$$

Аналогичная формула верна и для сложных функций, которые задаются с помощью цепочки, содержащей три звена и более.

**Таблица формул дифференцирования:**

1. $c' = 0$
2. $x' = 1, \quad u' = 1$
3. $(u \pm v)' = u' \pm v'$.
4. $(uv)' = u'v + v'u$.
5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$.
6. $\left(\frac{c}{v}\right)' = -\frac{cv'}{v^2}$.
7. $(kx+b)' = k$
8. $(u^n)' = nu^{n-1}u'$
9. $(cu)' = cu'$.
10. $(f(g(x)))' = f'(x) \cdot g'(x)$
11. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$;

Здесь ***u*** и ***v*** - дифференцируемые функции от ***x***, а С – постоянная величина.

Рассмотрим технику вычисления производных функций на примерах.

**Пример 1.** Найти производную функции при данном значении аргумента:

$$y=5x^3+2x^2-6x+7, \quad y'(-1);$$

**Решение:**

1. Применив последовательно правила дифференцирования суммы и степени: $(u+v)'=u'+v'$; $\left(x^n\right)'=nx^{n-1}$, имеем:

$$y'=\left(5x^3+2x^2-6x+7\right)'=\left(5x^3\right)'+\left(2x^2\right)-(6x)'+7'=5\left(x^3\right)'+2\left(x^2\right)'-6(x)'+7'=5\cdot3x^2+$$

$$+2\cdot2x-6\cdot1+0=15x^2+4x-6;$$

$$y'(-1)=15(-1)^2+4(-1)-6=15-4-6=5$$

**Пример 2.** Найти производную функции при данном значении аргумента:

$$y=2x^3\sqrt{x^2-1}, \quad y'(2);$$

**Решение:**

Применив правило дифференцирования произведения: $(u\cdot v)'=u'v+uv'$, имеем:

$$y'=\left(2x^3\sqrt{x^2-1}\right)'=\left(2x^3\right)'\sqrt{x^2-1}+2x^3\left(\sqrt{x^2-1}\right)'=2\cdot3x^2\sqrt{x^2-1}+2x^3\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^2-1}}\left(x^2-1\right)'=$$

$$=6x^2\sqrt{x^2-1}+\frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}}2x=6x^2\left(x^2-1\right)+2x^4=6x^4-6x^2+2x^4=8x^4-6x^2;$$

$$y'(2)=8\cdot2^4-6\cdot2^2=128-24=104.$$

**Пример 3.** Найти производную функции при данном значении аргумента:

$$y=\frac{x^2-2}{x^2+2}, \quad y'(1).$$

**Решение:**

Применив правило дифференцирования частного: $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$, имеем:

$$y' = \left(\frac{x^2-2}{x^2+2}\right)' = \frac{(x^2-2)'(x^2+2)-(x^2-2)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2} = \frac{2x(x^2+2)-(x^2-2)2x}{(x^2+2)^2} =$$

$$= \frac{2x^3+4x-2x^3+4x}{(x^2+2)^2} = \frac{8x}{(x^2+2)^2};$$

$$y'(1) = \frac{8\cdot 1}{(1^2+2)^2} = \frac{8}{3^2} = \frac{8}{9}.$$

**Задания для самостоятельного выполнения:**

Найти производные функций при данном значении аргумента.

**Вариант 1.**

1. $y(x) = 5x^4 - \frac{2x}{\sqrt{x}} + 3\sqrt[3]{x} + 7; \quad y'(2).$ 2. $y(x) = (x+1)\sqrt{x-1}; \quad y'(5).$

3. $y(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}; \quad y'(3)$ .

**Вариант 2.**

1. $y(x) = 6x^3 - \frac{5x}{\sqrt{x}} + 4x^2 - 12; \quad y'(1).$ 2. $y(x) = (x+2)\sqrt{2x-1}; \quad y'(4).$

3. $y(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2}; \quad y'(1)$ .

**Вариант 3.**

1. $y(x) = 2x^2 + \sqrt{x} - 4x + 11 + \frac{1}{x}; \quad y'(1).$ 2. $y(x) = (x-1)\sqrt{x^2-1}; \quad y'(2).$

3. $y(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}; \quad y'(\sqrt{5})$ .

**Вариант 4.**

1. $y(x) = 4x + 10 - \frac{2x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}}; \quad y'(1).$ 2. $y(x) = (x^2+6)\sqrt{x^2-3}; \quad y'(3).$

3. $y(x) = \frac{6x}{\sqrt{x^2+1}}; \quad y'(\sqrt{3})$ .

**Вариант 5.**

1. $y(x) = 3x - \frac{2x}{x\sqrt{x}} + 5 + \frac{1}{2x}; \quad y'(1).$ 2. $y(x) = (x+1)\sqrt{x^2+1}; \quad y'(2).$

3. $y(x) = \frac{5x^2 + 6x + 1}{x+1}; \quad y'(5)$

**Вариант 6.**

1. $y(x) = 3x^3 - 2x + 2 + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x}; \quad y'(1).$ 2. $y(x) = (x-1)\sqrt{3x-2}; \quad y'(6).$

3. $y(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}; \quad y'(4)$ .

**Вариант 7.**

1. $y(x)=4x^2-\dfrac{2x^2}{\sqrt{x}}+\sqrt[3]{x}+5;\quad y'(1).$ 2. $y(x)=\left(x^2+4\right)\sqrt{x^2-1};\quad y'(2).$

3. $y(x)=\dfrac{x^3}{\sqrt{8+x^3}};\quad y'(1)$ .

**Вариант 8.**

1. $y(x)=2x+6x^3-\dfrac{8}{\sqrt{x}}+\dfrac{2}{x}-6;\quad y'(1).$ 2. $y(x)=\left(x^2-2\right)\sqrt{x^2+1};\quad y'(\sqrt{3}).$

3. $y(x)=\dfrac{\sqrt{4+x^2}}{x};\quad y'(\sqrt{5})$ .

**Вариант 9.**

1. $y(x)=\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{\sqrt{x}}+3x-2x^2+7;\quad y'(1).$ 2. $y(x)=\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2-1};\quad y'(\sqrt{2}).$

3. $y(x)=\dfrac{x}{x+\sqrt{x^2+1}};\quad y'(\sqrt{3})$ .

**Вариант 10.**

1. $y(x)=\sqrt[4]{x^3}-\dfrac{3}{\sqrt{x}}+\dfrac{2}{x^2}+8;\quad y'(1).$ 2. $y(x)=(2x-1)\sqrt{1-2x};\quad y'(2).$

3. $y(x)=\dfrac{\sqrt{x^3+1}}{x};\quad y'(1)$ .

**Вариант 11.**

1. $y(x)=2\sqrt{x}-\dfrac{3}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x}+1;\quad y'(1).$ 2. $y(x)=\left(x^3-1\right)\sqrt{x^2+x+1};\quad y'(2).$

3. $y(x)=\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}};\quad y'(4)$ .

**Вариант 12.**

1. $y(x)=2x^2-6x+7+\dfrac{5}{\sqrt{x^2}};\quad y'(1).$ 2. $y(x)=\left(x^2-3\right)\sqrt{x+4};\quad y'(3).$

3. $y(x)=\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x}};\quad y'(1)$ .

**Вариант 13.**

1. $y(x)=\dfrac{1}{2}\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}}+2x^2-9;\quad y'(1).$ 2. $y(x)=\left(3x^2+1\right)\sqrt{2x^2+3};\quad y'(3).$

3. $y(x)=\dfrac{4+\sqrt{x}}{4-\sqrt{x}};\quad y'(1)$ .

**Вариант 14.**

1. $y(x)=2{,}5x-6x^3+3\sqrt{x}-\dfrac{5}{2\sqrt{x}};\quad y'(1).$ 2. $y(x)=\left(x^2+3x\right)\sqrt{x-4};\quad y'(8).$

3. $y(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}};\quad y'(3)$ .

**Вариант 15.**

1. $y(x) = 4x^2 - 3x + \frac{x}{2} + \frac{6}{\sqrt{x^2}}; \quad y'(1).$

2. $y(x) = (x-4)\sqrt{x-2}; \quad y'(3).$

3. $y(x) = \frac{x^2 - 5}{\sqrt{x}}; \quad y'(1)$.

**Вопросы для самоконтроля:**

1. Правило дифференцирования суммы и разности двух функций.
2. Сформулируйте правило вычисления производной произведения.
3. Запишите формулу вычисления производной частного двух функций.
4. Как найти производную функции при данном значении аргумента?

## ПЕРЕЧЕНЬ РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Валуцэ И.И. Математика для техникумов. - М.: Наука, 2014. – 432 с.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2013. – 495 с.

3. Яковлев Г.Н. Алгебра и начала анализа. – М.: Наука, 2012. – 663 с.

4. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. –М.: Высшая школа, 2012. – 415 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

# ЕН.01 МАТЕМАТИКА

**Методические указания по выполнению практических занятий
для обучающихся заочной формы обучения
образовательных учреждений
среднего профессионального образования
специальности
21.01.02 Разработка нефтяных и газовых месторождений**

Методические указания по выполнению практических занятий
разработал преподаватель: Карсакова Елена Николаевна

**Подписано к печати** ***19.05.2016 г.*** Объем ***1*** п.л.
Формат 60х84/16 Заказ
Тираж ***30 экз.***

---

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Югорский государственный университет»**
628615 Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ,
г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.