МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Югорский государственный университет»

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
РАЗДЕЛ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

Краткий курс базовых лекций
для студентов образовательных учреждений
среднего профессионального образования
всех форм обучения
для всех специальностей
в объеме до 200 часов максимальной учебной нагрузки

I часть

Нижневартовск 2014

ББК 30.12
Т-38

РАССМОТРЕНО	**УТВЕРЖДАЮ**
На заседании кафедры АЭ и ТО	Председатель методического совета
Протокол № 8 от 10.10.2014 г.	ННТ (филиала) ФГБОУ ВПО «ЮГУ»
Зав. кафедры	____________ Р.И. Хайбулина
____________М.Б. Тен	« 30 » октября 2014 г.

Соответствует:

1. Федеральному государственному образовательному стандарту (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) 190631.51 «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта», утв. Приказом Министерства образования и науки № 184 от 17.03.2010 г.;

2. Рабочей программе, рекомендованной методическим советом Нижневартовского нефтяного техникума, протокол №1 от 12 сентября 2013 г.

Разработчик:

Блажко Николай Романович, высшая квалификационная категория, преподаватель Нижневартовского нефтяного техникума (филиал) ФГБОУ ВПО «ЮГУ.

Рецензенты:

1. Тен М.Б., высшая квалификационная категория, зав. кафедры АЭ и ТО Нижневартовского нефтяного техникума (филиала) ФГБОУ ВПО «ЮГУ».

2. Фадеев В.А., высшая, заведующий кафедрой «Автомобильный транспорт», преподаватель общетехнических и спецдисциплин высшей квалификационной категории БУ «Нижневартовский политехнический колледж».

Замечания, предложения и пожелания направлять в Нижневартовский нефтяной техникум (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Югорский государственный университет» по адресу: 628615, Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ, г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.

© Нижневартовский нефтяной техникум (филиал) ФГБОУ ВПО «ЮГУ», 2014

ВВЕДЕНИЕ

Сборник состоит из пяти лекций по теоретической механике учебной дисциплины «Техническая механика». Общий объем всего курса лекций учебного материала рассчитан до 200 часов максимальной учебной нагрузки в соответствии с Госстандартами третьего поколения для технических специальностей, не предусматривающих курсовое проектирование. Таким образом, данное пособие является переработанным, которое было издано в 2008 году. Из этого следует то, что студент может пользоваться новым и прежним пособием при наличии последнего в библиотеке техникума. Так как тираж переиздания ограничен, то содержание лекций вынесено на сайт техникума, преимущество которого в том, что сайт располагает цветным изображением рисунков и отдельных формул и уравнений, что способствует более быстрому усвоению содержания.

Содержание лекций полностью охватывает учебный материал тем в целом, без деления его на части. Это обеспечивает логическую законченность лекций в отдельности, позволяет иметь возможность во времени для работы над содержанием по его надлежащему усвоению, выполнение практических и других работ с целью приобретения навыков применения расчетов в производственной деятельности.

Содержание лекция носит доступный характер для восприятия, достаточно краткое, отражая основную суть рассматриваемых тем.

Содержание лекций может быть использовано и для других специальностей, где объем часов «Технической механики» в пределах 200, а также для уровней до высшего образования.

В помощь студентам в конце каждой лекции приводится перечень вопросов для самостоятельной работы, перечень литературы с указанием страниц некоторых источников (в остальных соответствующий материал находится по аналогии наименований).

ЛЕКЦИЯ 1

ПЛОСКИЕ СИСТЕМЫ СИЛ

Вопросы:

1. Основные понятия и аксиомы статики.
2. Плоские системы сил.
3. Параллельные силы.
4. Пара сил и момент силы относительно точки.

Цели:

1. Изучить содержание плоской системы сил. Применить знания по физике и математике, приобретенные в школе или на 1-м курсе техникума.
2. Формировать аналитическое мышление, зрительное видение пере-

мещений.

3. Уяснить значение темы в приобретении научных знаний.

1. **Механика** – учение о движении тел в пространстве под действием сил.

Материальная точка – тело, размерами которого пренебрегают.

Абсолютно твердое тело – тело, расстояние между двумя точками которого всегда неизменно.

Сила – мера воздействия одного тела на другое.

Вектор – отрезок конкретной величины и конкретного направления, означающий соответствующую физическую величину (силу, скорость и др.).

Статика – раздел теоретической механики, изучающий условия равновесия действующих сил на тело или материальную точку.

Система сил – неограниченное число одновременно действующих сил на материальную точку (тело).

Эквивалентные системы сил – разные в отдельности по количеству и значению сил систем, оказывающие равнозначное воздействие на материальную точку (тело).

Равнодействующая сила – сила, равная по воздействию всей системы сил на материальную точку.

Свободная точка – точка, не имеющая связей.

Аксиомы статики:

1.1 точка находится в равновесии (покоя или движения) под действием двух сил, действующих по одной прямой и противоположно направленных;

1.2 равновесие точки не изменяется, если к ней приложить или исключить уравновешенную систему сил. Уравновешенная система сил – такая система, суммарное действие которой равно нулю.

1.3 Равнодействующая двух сил, приложенных к точке по несовпадающим направлениям есть диагональ параллелограмма, построенного на векторах этих двух сил;

1.4 Действие силы не меняется, если ее переносить вдоль линии ее действия;

1.5 Величине действующей силы возникает противодействие такой же величины: действие равно противодействию;

1.6 Равновесие тела не изменяется при изменении его физического состояния (превращение в твердое тело или в жидкость, или наоборот).

2. Плоская система сходящихся сил – система, действия сил которой сходятся в одной точке или выходит из одной точки.

2.1 Сложение плоской системы сходящихся сил.

Сложение плоской системы сходящихся сил состоит в построении силового многоугольника. Силовой многоугольник строится следующим образом: все векторы сил, приложенные к точке A последовательно переносятся в точку ***B*** так, чтобы перенесенный вектор был равным по величине исходному вектору, чтобы был ему параллельным. Каждый вектор переноситься один раз. Последовательность переноса может не соблюдаться (см. рисунок **1** точки ***B'*, *B"***). Завершив перенос последнего вектора, из точки ***B*** проводиться вектор в окончание последнего перенесенного вектора. Это и есть равнодействующий вектор. Обратный вектор равнодействующему называется **уравновешивающим**.

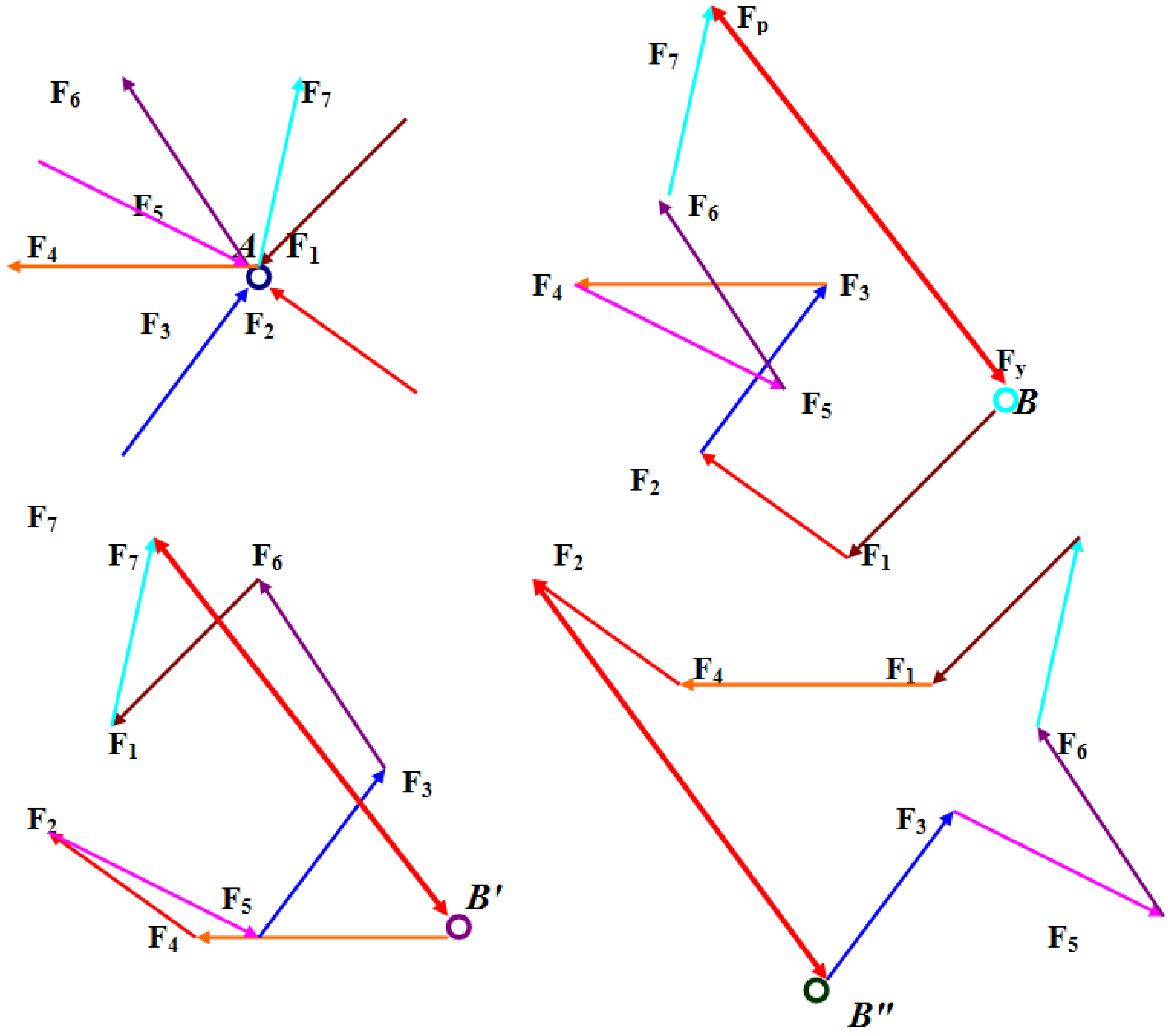


Рисунок 1 - Плоская система сходящихся сил

Векторы равнодействующий и уравновешивающий равны по величине, взаимно обратного направления и лежат на одной прямой, т.е.

$$\overline{F_p} = \overline{F_y} \quad \text{или} \quad \overline{F_p} + \overline{F_y} = 0;$$

но $\overline{F_p} = \overline{F_1} + \overline{F_2} + \ldots + \overline{F_n}$ или $\overline{F_p} = \sum \overline{F_n}$, тогда $\sum \overline{F_n} + \overline{F_y} = 0$

или

$$\sum \overline{F_i} = 0, \tag{1}$$

где $i = n+1$, т.е. к сумме векторов прибавляется еще один уравновешивающий вектор.

Уравнение $\sum \overline{F_i} = 0$ – уравнение равновесия первого порядка. Это уравнение называется аналитическим условием равновесия системы сил.

Геометрическое условие равновесия плоской системы сил есть замкнутый силовой многоугольник.

Сложение определенного числа сил может быть с помощью построения силового многоугольника. При малом числе сил (до пяти) может быть применено правило построения параллелограммов или треугольников. Есть частные случи, в т.ч. разложение равнодействующей силы.

Итак, рассмотрен векторный метод сложения плоской системы сходящихся сил, который не позволяет без масштаба иметь конечный числовой результат. Техническая механика немыслима без конечного числового результата. Причем результат должен быть абсолютно точным – это подтверждает значение механики и убеждает в этом того, кто ее изучает. Механика – наука точная.

Для получения числовых значений требуется применить систему координатных осей **X-X** и **Y-Y** и рассматривать систему действующих сил на точку в этой системе. Применение координатной системы называется аналитическим методом определения равнодействующей силы, неизвестных сил из условия равновесия и др. величины.

Рассмотрим пример. Пусть дано три силы ***F_1 = 10кН; F_2 = 6кН; F_3 = 8кН***, которые расположены относительно оси **X-X** соответственно под углами ***$\alpha = 30^o$; $\beta = 90^o$ и $\gamma = 60^o$***. Определить равнодействующую силу и угол ее расположения относительно оси **X-X.**

Решение. Графический метод определения равнодействующей силы. Для этого необходимо определить положение центра оси координат **X-X** и **Y-Y** на формате **А4**. Так как углы не превышают **90^o**, то они находятся все в первой четверти, т.е. ось **Y-Y** находиться слева у края поля листа, а ось **X-X** – внизу у края поля листа **А4**. Далее необходимо выбрать масштаб для сил. Если сложить значения всех сил примера, то получим число 24, размер формата **А4** в сантиметрах составляет **21** и **29,7**, следовательно, учитывая положение сил под углами меньшими, чем **90^o**, можем принимать масштаб **1:1** (в **1** см длины **1** кН силы). Исходя из этих принятых условий, строим силовой многоугольник (см. рисунок 2). Итак, под углом **α=30^o** проводим прямую из начала координатных осей. На этой прямой откладываем вектор силы **F_1** в масштабе (5см). С окончания этого вектора проводим параллельную линию оси **X-X**, относительно этой оси откладываем угол **β** и под этим углом проводим линию, на которой откладываем величину вектора силы **F_2** в масштабе (3 см). С окончания этого вектора проводим параллельную линию оси **X-X,** относительно которой откладываем угол **γ**, проводим прямую под этим углом и на ней откладываем величину третьего вектора силы **F₃** в масштабе (4 см). Начало координат соединяем прямой с окончанием последнего вектора силы **F₃**. Это и есть равнодействующий вектор. Измеряем его длину и через масштаб переводим в значение силы (**F_p = 22кН**). Теперь определим равнодействующую силу аналитическим методом.

Проекции сил на ось **X-X**:

$$F_{X1} = F_1 \cdot \cos\alpha = 10 \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot 0{,}866 = 8{,}66kH$$

$$F_{X2} = F_2 \cdot \cos\beta = 6 \cdot \cos 90^\circ = 6 \cdot 0 = 0$$

$$F_{X3} = F_3 \cdot \cos\gamma = 8 \cdot \cos 60^\circ = 8 \cdot 0{,}5 = 4kH$$

$$F_{\sum X} = \sum F_{X1} = F_{X1} + F_{X2} + F_{X3} = 8{,}66 + 0 + 4 = 12{,}66kH$$

Проекции сил на ось **Y-Y**:

$$F_{Y1} = F_1 \cdot \sin\alpha = 10 \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot 0{,}5 = 5kH$$

$$F_{Y2} = F_2 \cdot \sin\beta = 6 \cdot \sin 90^\circ = 6 \cdot 1 = 6kH$$

$$F_{Y3} = F_3 \cdot \sin\gamma = 8 \cdot \sin 60^\circ = 8 \cdot 0{,}866 = 6{,}928kH$$

$$F_{\sum Y} = \sum F_{Y1} = F_{Y1} + F_{Y2} + F_{Y3} = 5 + 6 + 6{,}928 = 17{,}928kH$$

Равнодействующая сила:

$$F_p = \sqrt{F_{\sum X}^2 + F_{\sum Y}^2} = \sqrt{12{,}66^2 + 17{,}928^2} = 21{,}95kH$$

Расхождение с графическим методом составляет всего **0,05 кН**, что допустимо.

Плоская система произвольно расположенных сил отличается от плоской системы сходящихся сил тем, что нет общей точки входа или выхода для всех сил системы (см. рисунок **3**). Что же касается условий равновесия, применение координат, вычисления моментов сил, определения их знаков, определение равнодействующей силы графическими или аналитическими методами – все это выполняется так же, как и для плоской системы сходящихся сил.

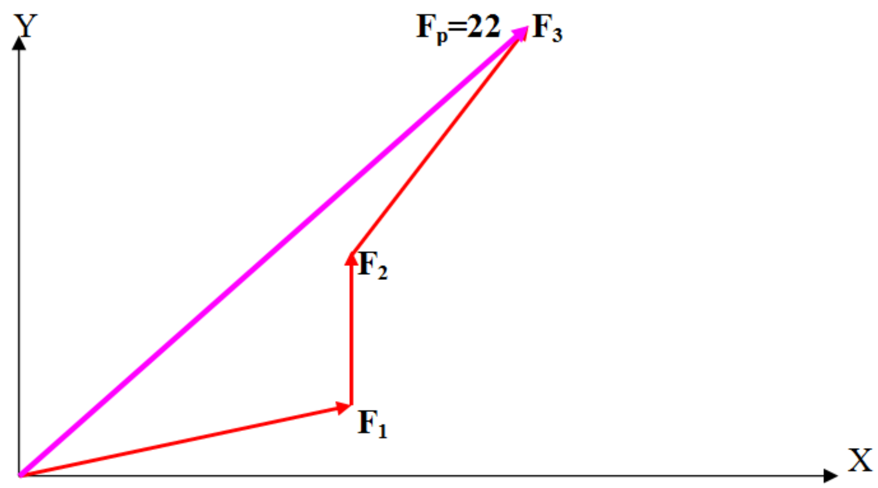


Рисунок 2 - Силовой многоугольник

Однако, если плоская система сходящихся сил имеет частный вариант её прикладного значения, то плоская система произвольно расположенных сил имеет широкое прикладное применение, что мы и увидим при решении балочных систем.

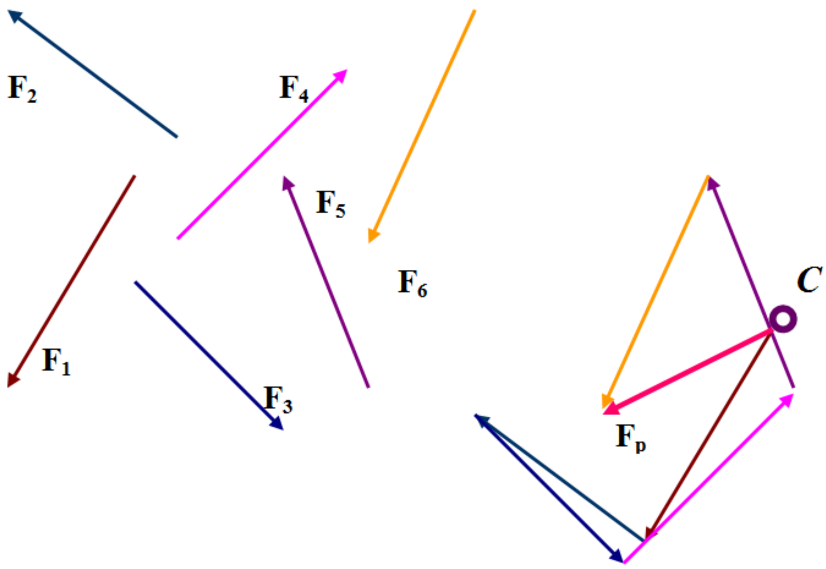


Рисунок 3 - Плоская система произвольно расположенных сил

Следует предварительно остановиться на видах нагрузок, которые применяются в механике (общая их классификация будет рассмотрена в разделе «Динамика»). Нам уже известно два вида нагрузок: сила (**F**) и момент силы (**М**). есть третья нагрузка, которая называется распределенной нагрузкой по длине и обозначается она буквой **q**, единица её измерения **Н/м** Однако наименование этой нагрузки более конкретизировано. Дело в том, что она может быть распределена по длине равномерно и неравномерно. В некоторых учебниках термин «распределенная» заменен на «интенсивность», т. е. нагрузка равномерной интенсивности по длине (см. рисунок **4**).

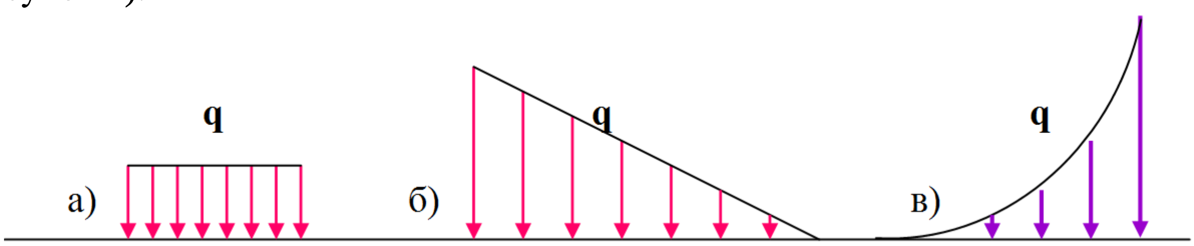


Рисунок 4 - Виды интенсивности нагрузки по длине

Расстояния между векторами при обозначении нагрузки **q** произвольное, но расстояния должны быть одинаковыми! В пределах содержания для средних профессиональных образовательных учреждений, в механике рассматриваются только равномерно распределенная нагрузка по длине.

3. Параллельные силы есть частный случай плоской системы сил. Чтобы графически определить их равнодействующую силу, необходимо применить единичные взаимно исключающиеся векторы сил $\mathbf{T_1}$ и $\mathbf{T_2}$ (см. рисунок **5**). Графические построения сложности не имеют. Начала векторов $\mathbf{F_1}$ и $\mathbf{F_2}$ соединяем прямой и пристраиваем единичные векторы T_1 и $\mathbf{T_2}$, затем графически находим $\mathbf{F_{p1}}$ и $\mathbf{F_{p2}}$, их точку пересечения **О**, из которой проводим параллельную векторам $\mathbf{F_1}$ и $\mathbf{F_2}$, суммируем их на этой параллельной и переносим в точку **С**. Таким образом получаем $\mathbf{F_p}$. Если параллельные силы взаимообратного направления, то построение такое же, но рисунок будет иметь другой вид.

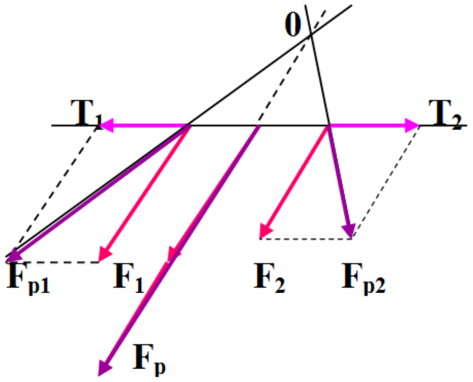


Рисунок 5 - Параллельные силы

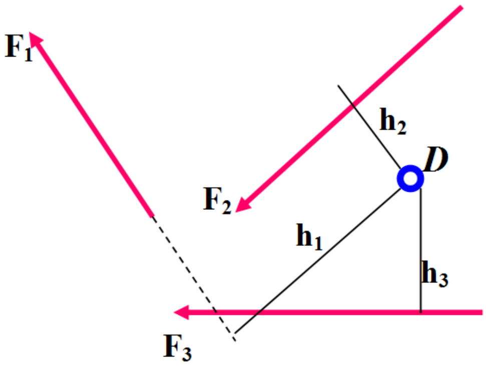


Рисунок 6 - Момент силы относительно точки

На основании знаний о равновесии первого и второго порядков, проекции сил на координатные оси, моменты сил и нагрузку **q** можно начинать решение балочных систем. Балка – деталь, расположенная горизонтально и имеющая хотя бы одну опору.

4. Что касается вопроса о паре сил, то он известен с физики, где рассматривается вопрос угловой скорости в динамике. Действие пары легко вспомнить, посмотрев рисунок. В общем случае под парой понимается две взаимообратного направления параллельные силы. Эти силы могут быть разными по величине и на разных расстояниях от центра вращения (**С**). В этом случае каждая сила составляет отдельную пару, где вторые силы равны нулю и их плечи также равны нулю. Как правило, пара имеет две равные силы взаимообратного направления и равные расстояния до центра вращения (см. рисунок **7**). Пару сил мы наблюдаем в механизмах: домкрат, ходовой винт токарного станка, слесарные тиски и др.

Чтобы сложить пары, надо сложить их моменты.

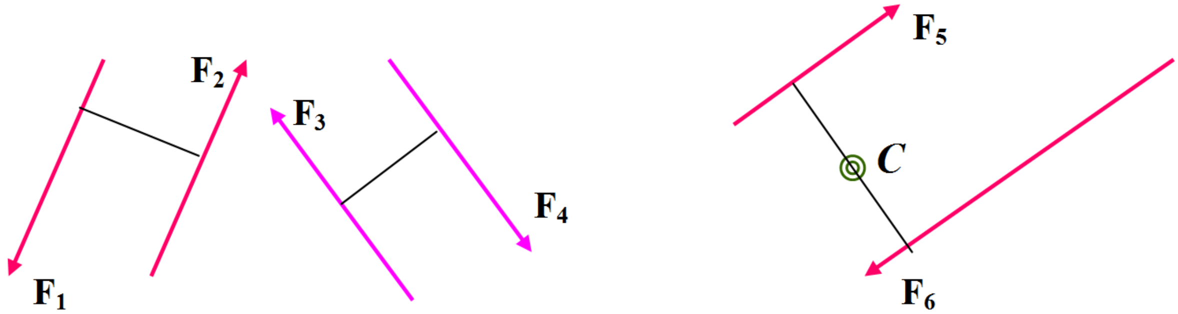


Рисунок 7 - Пары сил

Для решения задач статики необходимо уметь определять моменты сил. Рассмотрим этот вопрос. Из физики известно, что момент силы относительно точки есть произведение модуля силы на кратчайшее расстояние до этой точки, которое в механики называется плечом:

$$M = F \cdot h, \tag{2}$$

где M – момент силы;
F – сила (Н);
h – плечо (м) (см. рис. 6).

Если относительно точки действуют несколько сил, то необходимо определить моменты от каждой силы. Так как относительно точки моменты совершают вращение во взаимообратных направлениях, то необходимо установить правило знаков (+) и (-). Выбор знаков добровольный. В качестве основания берется направление движения стрелки часов. Скажем, по ходу движения стрелок знак момента положительный (+), а против – отрицательный (-). Из рисунка видно, что $M_1 = F_1 \cdot h_1$ имеет положительный знак, $M_2 = F_2 \cdot h_2$ - отрицательный; $M_3 = F_3 \cdot h_3$ - положительный. Сумма этих моментов равна: $M_{\sum} = \sum M_n = M_1 - M_2 + M_3 + M_4$. Если $M_{\sum}$ имеет положительный знак (+), то система сил пытается совершать вращение вокруг точки **В** по ходу движения стрелок часов, если отрицательный знак(-), то движение обратное. Когда же M_{Σ} равен нулю, то система сил находится в равновесии, т.е. $\sum M_n = 0$.

Уравнение

$$\sum M_n = 0, \tag{3}$$

называется уравнением равновесия второго порядка, его еще называют условием равновесия системы сил.

Вопросы для самоконтроля:

1. Чему равна равнодействующая сила плоской системы?
2. Условия равновесия плоской системы сил.
3. Как построить силовой многоугольник?
4. Что такое уравновешивающая сила?
5. Что такое момент силы относительно точки?
6. Как определить знак «+» или «-» момента силы?
7. Как читаются уравнения: **ΣM_1=0; ΣM_2=0; ΣF_y=0**?
8. Что требуется выполнить на схеме нагружения балки перед началом определения реакций на ее опорах?
9. Как определяются знаки «+» и «-» слагаемых проверяются уравне-

ния $\Sigma F_y=0$?

10. Что требуется выполнить если слагаемые уравнения $\Sigma F_y=0$ в сумме не равным нулю?
11. Единицы измерения сил и моментов.
12. Что такое ньютон как единица измерения?
13. Назовите виды сил в механике.

Литература: [1], с.15-78; [4], с.10-45; [5], с.6-34; [10], с.6-27. [1], с.78-118; [4], с.45-72; [5], с.34-53; [10], с.27-56.

ЛЕКЦИЯ 2

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СИСТЕМА СИЛ

Вопросы:
1. Пространственная система сил.
2. Центр тяжести.
3. Теорема Вариньона.

Цели:
1. Изучить пространственную систему сил, способы определения центра тяжести геометрических тел и плоских фигур (сечений).
2. Развить пространственное видение действия сил и мышление по решению задач пространственной системы, определению центра тяжести.
3. Осознать значение влияния пространственной системы сил на общее развитие интеллекта и прикладное назначение содержания темы.

1. Рассмотрение пространственной системы сил производиться на одном векторе в Декартовых координатах (см. рисунок **8**). Вектор силы **F** есть диагональ параллелепипеда. С осями **X, Y** и **Z** он образует соответственно углы **α, β** и **γ**, тогда его проекции на оси будут равны:

$$F_X = F \cdot \cos\alpha;\quad F_Y = F \cdot \cos\beta \quad \text{и} \quad F_Z = F \cdot \cos\gamma, \tag{4}$$

Таким образом, каждая проекция определяется через «свой» угол. Иногда для решения задач необходимо знать (вычислить) значение углов **α, β** и **γ,** которые определяются через направляющие косинусы:

$$\cos\alpha = \frac{F_X}{F};\quad \cos\beta = \frac{F_Y}{F};\quad \cos\gamma = \frac{F_Z}{F}, \tag{5}$$

тогда

$$\alpha = \arccos\left(\frac{F_X}{F}\right); \ \beta = \arccos\left(\frac{F_Y}{F}\right) \text{ и } \gamma = \arccos\left(\frac{F_Z}{F}\right) \tag{6}$$

Модуль силы **F** вычисляется через корень квадратный:

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2 + F_Z^2} \tag{7}$$

Вектор силы **F** пространственной системы имеет еще три проекции (на три плоскости):

$$F_{XY} = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2}; \ F_{ZY} = \sqrt{F_Z^2 + F_Y^2} \text{ и } F_{XZ} = \sqrt{F_X^2 + F_Z^2}, \tag{8}$$

таким образом, в пространственной системе вектор силы **F** имеет шесть проекций.

Что касается системы сил в пространстве, то каждый вектор в отдельности имеет свои шесть проекций и углы относительно осей координат. Тогда на основании этого мы можем определить суммарное значение проекций всех сил пространственной системы на координатные оси:

$$F_{\sum x} = \sum F_{X_n}; \ F_{\sum x} = \sum F_{Y_n} \text{ и } F_{\sum x} = \sum F_{Z_n} \tag{9}$$

Тогда равнодействующая пространственной системы сил будет определена через корень квадратный:

$$F_p = \sqrt{F_{\sum x}^2 + F_{\sum y}^2 + F_{\sum z}^2} \tag{10}$$

Кроме проекций на координатные оси, силы пространственной системы создают вращающие моменты относительно осей. Это несложно видеть на простом примере (см. рисунок **9)**. Тогда точка **А** пересечения вектором силы **F** с горизонтальной плоскостью чисто условная, так как нет применения в данном случае действия инженерной графики, но такой вариант может иметь место. Итак, из рисунка видно, что вектор **F** находится от координатных осей на расстояниях **a,b** и **c**. Нетрудно также видеть, что вектор **F** относительно **X-X** создает вращение против хода часовой стрелки, его момент равен: $M_X = -F \cdot a$; относительно оси **Y-Y**, этот же вектор создает вращение положительного значения (по ходу стрелок часов) и его момент равен $M_Y = F \cdot b$. Что же касается оси **Z,** то должно быть вращение в горизонтальной плоскости, но проекция **А** на эту плоскость равна нулю (точка **А**), следовательно, момент равен нулю и вращения нет.

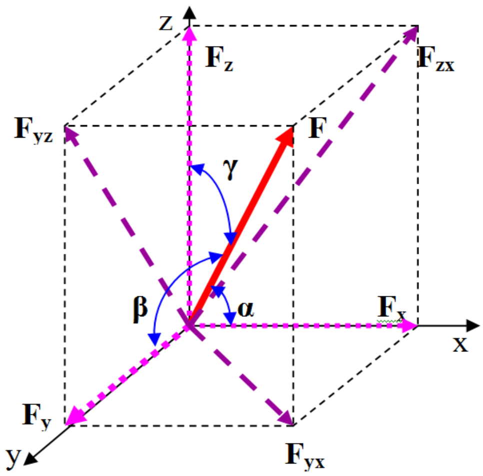


Рисунок 8 - Вектор силы

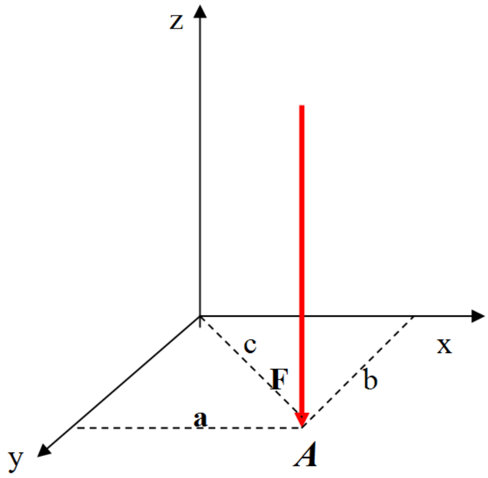


Рисунок 9 - Моменты от силы **F**

Для более убедительного доказательства этого рассмотрим вопрос о моменте сил относительно оси (см. рисунок **10)**. Проекция вектора силы $\mathbf{F_1}$ чисто условная, так как для ее построения не применялись правила инженерной графики. Имея проекцию и ее плечо $\mathbf{h_1}$ легко вычислить момент: $M_{X_1} = F_{X_1} \cdot h_1$. Таким же образом поступают и по отношению к остальным координатным осям, тогда полное значение момента силы $\mathbf{F_1}$ будет равно: $M_1 = \sqrt{M_{X_1}^2 + M_{Y_1}^2 + M_{Z_1}^2}$. Два частных случая. Первый: сила $\mathbf{F_2}$ параллельна оси **Z**. Ее проекция на плоскость **Z** равна нулю, следовательно, момент $M_{X2} = 0 \cdot h_2 = 0$. Второй: сила $\mathbf{F_3}$ пересекает ось **Z**. Ее проекция есть, но плечо $\mathbf{h_3}$ равно нулю, тогда $M_{X3} = F_{X_3} \cdot 0 = 0$. Таким образом, если вектор силы параллелен оси или пересекает эту ось, то его моменты относительно этой оси в данных случаях равны нулю. Мы рассмотрели вопрос об одном векторе силы. Если имеем систему, то с каждой силой системы поступаем подобным образом. Исходя из этого мы будем иметь сумму моментов относительно каждой оси: $M_{\sum X} = \Sigma M_{X_n}$; $M_{\sum Y} = \Sigma M_{Y_n}$ и $M_{\sum Z} = \Sigma M_{Z_n}$. Для решения задач пространственной системы сил необходимо, чтобы соблюдалось условие равновесия: $\sum M_{X_n} = 0$; $\sum M_{Y_n} = 0$ и $\sum M_{Z_n} = 0$. Таким образом, для решения задач требуется шесть уравнений равновесия: $\sum M_{X_n} = 0$; $\sum M_{Y_n} = 0$; $\sum M_{Z_n} = 0$; $\sum F_{X_n} = 0$; $\sum F_{Y_n} = 0$ и $\sum F_{Z_n} = 0$. Результирующий момент пространственной системы определяется через корень квадратный: $M_p = \sqrt{M_{\sum X}^2 + M_{\sum Y}^2 + M_{\sum Z}^2}$

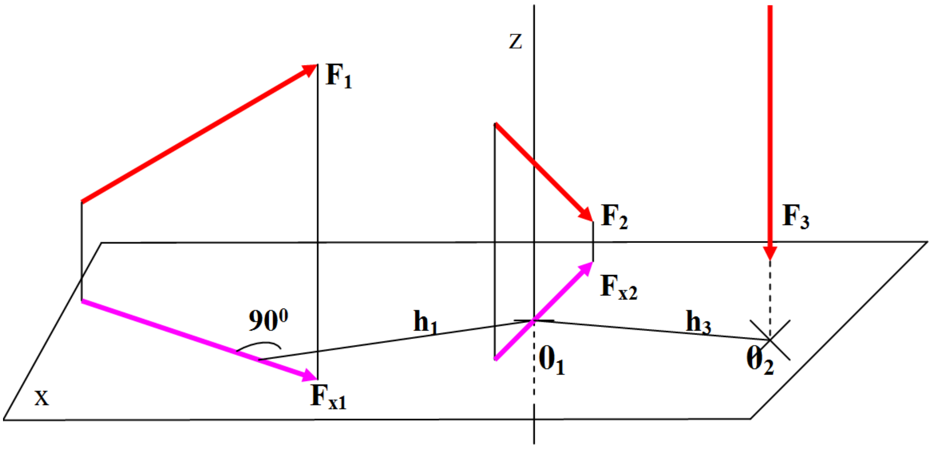


Рисунок 10 - Момент силы относительно оси.

Что касается вопроса о центре тяжести, то здесь следует знать способы его определения: взвешивание, подвешивание и по расчетным формулам. Первый и второй способ сложности не имеют. Последний предполагает расчетные формулы, по которым определяются координаты положения центра тяжести плоского или объемного тела:

$$X_C = \frac{\sum N_i X_i}{\sum N_i}; \quad Y_C = \frac{\sum N_i Y_i}{\sum N_i} \quad \text{и} \quad Z_C = \frac{\sum N_i Z_i}{\sum N_i}, \tag{11}$$

где N – для плоских фигур и сечений площадь A;
– для известных объемов V;
– для известных масс или веса соответственно m или G;
– для стержней (нитей) линейный размер (длина) *l*;
X_i; Y_i; Z_i – соответственно координаты положения центров тяжести правильных простых геометрических фигур (сечений), центров масс тел, центров тяжести тел, центров линейных размеров. Для профилей сортового проката сталей координаты центра тяжести являются табличными величинами.

Рассмотрим пример. Определить центр тяжести составного сечения (см. рисунок **11**). Исходные данные определяются из параметров рисунка.

Решение. Составная фигура состоит из трех геометрических фигур: прямоугольного треугольника, прямоугольника и круга.

1) Обозначим положение центров тяжести этих отдельных фигур. Для прямоугольного треугольника **C_1** расположен на расстоянии **1/3** длины катетов от прямого угла. Для прямоугольника **C_2** расположен на пересечении его диагоналей. Круг: центр тяжести которого **C_3** находится на пересечении осевых линий.

2) Вычисляем площади простых фигур:

A_1=ab/2=14·11/2=77см^2; A_2=ab=10·2=20см^2; A_3=πd2/4=12,56см^2

3) «Привязываем» фигуры к координатным осям Х-Х и У-У. Лучше всего привязать по контуру.

4). Вычисляем координаты центров тяжести простых фигур: по рисунку:
x_1=16см, x_2=19см, x_3=21см, y_1=3,667см, y_2=1см, y_3=6см

5). Определяем положение центра тяжести составной фигуры по формулам:

$$X_c = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1x_1 - A_2x_2 - A_3x_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{77\cdot 16 - 20\cdot 19 - 12,56\cdot 21}{77 - 20 - 12,56} = 13,237\text{см}$$

$$Y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1y_1 - A_2y_2 - A_3y_3}{A_1 - A_2 - A_3} = \frac{77\cdot 3,667 - 20\cdot 1 - 12,56\cdot 6}{77 - 20 - 12,56} = 4,209\text{см}$$

Таким образом, центр тяжести **С** составной фигуры находиться на расстоянии от оси **Y-Y** равным **13,237см** и от оси **X-X** соответственно **4,209см**.

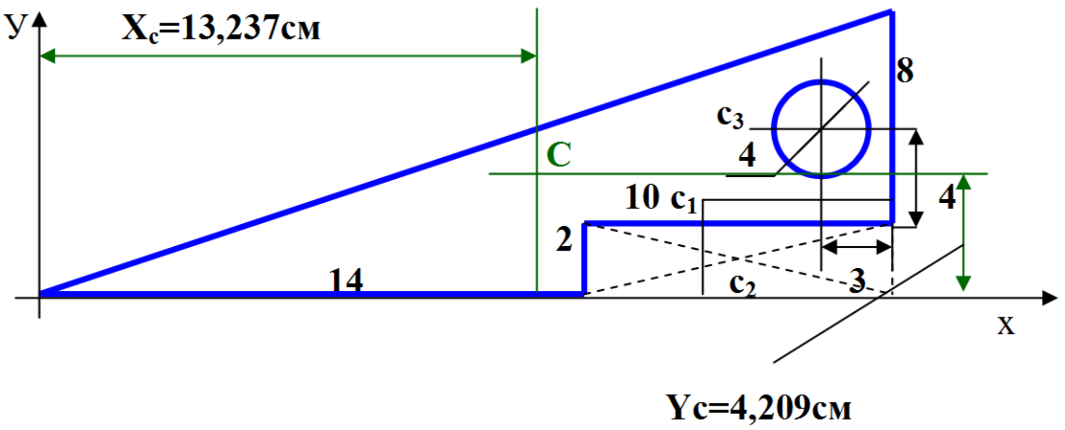


Рисунок 11 - Центр тяжести

На ее устойчивое равновесие влияют: однородность ее материала, одинаковость толщины, точность контуров геометрических фигу и точность вычисления координат $\mathbf{X_C}$ и $\mathbf{Y_C}$

Теорема Вариньона. Данная теорема приводится без вывода, потому как ее содержание не требует такого вывода: **если плоская система сил имеет равнодействующую, то эта равнодействующая сила называется главным вектором. Из этого следует, что если плоская система сил имеет главный вектор, то тогда она имеет и главный момент, который равен сумме моментов от всех сил плоской системы**. То есть

$$\mathbf{F_р = F_{гл}};\qquad(12)$$

тогда

$$\mathbf{M_{гл} = \Sigma M_п}\qquad(13)$$

Вопросы для самоконтроля:

1. Чему равны проекции силы на оси **X-X**; **Y-Y** и **Z-Z**?
2. Сколько еще проекций имеет вектор силы и как они определяются?
3. Напишите формулы направляющих косинусов.

4. Как определить равнодействующую силу пространственной системы сил?

5. Момент силы относительно оси.

6. Когда момент силы относительно оси равен нулю?

7. Какие виды нагрузок в механике?

8. Единицы измерения нагрузок в механике?

9. Какие существуют способы определения центра тяжести плоских фигур и геометрических тел?

10. Что означает «сумма» в формулах для определения центра тяжести плоских фигур

11. Как определяется центр тяжести сечений профилей сортового проката сталей?

12. Дать формулировку теоремы Вариньона и пояснить математические зависимости.

Литература: [1], с.118-160; [4], с.72-108; [5], с.53-70; [10], с.56-93.

ЛЕКЦИЯ 3

КИНЕМАТИКА. ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ И ТЕЛА

Вопросы:

1. Основные понятия кинематики.
2. Кинематика точки.
3. Простейшие движения твердого тела.

Цели:

1. Изучить кинематику точки и простейшие движения твердого тела.
2. Развить видение движения точки и тела, закрепить знания по производным, расширить знания механики.
3. Проникнуться знанием теории в решении практических задач производства.

1. **Кинематика** – раздел теоретической механики, изучающий характер движения точек (тел) без учета действия на них сил.

Неподвижная система отсчета – система отсчета относительно Земли.

Подвижная система отсчета – система отсчета «привязанная» к движущемуся телу (точки).

Траектория точки – геометрическое место положения движущейся точки в системе отсчета.

Перемещение – расстояние от начальной точки движения до конечной точки.

Движение – изменение положения в пространстве или в плоскости точки или тела.

Путь – траектория точки.
Скорость – изменение пути во времени.
Ускорение (замедление) – изменение скорости во времени.

2. **Путь точки.** Определяется законом поступательного движения

$$\mathbf{s = f(t)} \tag{14}$$

Закон читается так: путь есть функция от времени **t**. Общее уравнение движения точки:

$$\mathbf{s = s_0 + v_0 t \pm at^2/2}, \tag{15}$$

где s – расчетный путь;
s_0 – начальный путь;
v_0 – начальная скорость;
t – время;
a – ускорение (+) или замедление (–).

Единицы измерения: **s** – м, **v**- м/с, **t** – с, а – м/с^2. В координатной системе: **x = f(t); y = f(t); z = f(t).** Если **s**= $\mathbf{s_0 + v_0 t}$, то движение равномерное, **a**=0; если **a**≠0, то движение переменное: ускоренное или замедленное. Ускоренное или замедленное движения могут быть равномерными или неравномерными. Последние на уровне среднего профтехобразования не изучаются.

Скорость точки определяется по формуле:

$$V = \frac{ds}{dt} \tag{16}$$

или **v=s'**. В координатной системе:

$$V_x = \frac{dx}{dt}; V_y = \frac{dy}{dt} \text{ и } V_z = \frac{dz}{dt}, \tag{17}$$

где dx, dy, dz – изменение координат точки.

Тогда скорость точки $V = \sqrt{V^2{}_x + V^2{}_y + V^2{}_z}$

Уравнение скорости точки: $V = V_0 \pm at.$ Это уравнение образуется при дифференцировании общего уравнения пути.

Ускорение (замедление) точки определяется по формуле:

$$a = \frac{dv}{dt}, \tag{18}$$

в координатной системе

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_y = \frac{dv_y}{dt}; a_z = \frac{dv_z}{dt}, a = \sqrt{a^2{}_x + a^2{}_y + a^2{}_z}. \qquad (19)$$

Ускорение можно определить через двойную производную от пути:

$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = s^{"}$, в координатах $a_x = \frac{d^2 x}{dt^2}; a_y = \frac{d^2 y}{dt^2}; a_z = \frac{d^2 z}{dt^2}$, или:

$$a = V^{'} = s^{"}; \; a_x = V^{'}{}_x = x^{"}; a_y = V^{'}{}_y = y^{"} \text{ и } a_z = V^{'}{}_z = z^{"}.$$

В решении задач необходимо производить дифференцирование уравнений.

Пример. Точка начинает движение и через 10 секунд имеет скорость 20 м/с. Определить путь и ускорение точки.

Решение.

2.1 Уравнение движения точки. $S = S_0 + V_0 t \pm at^2 / 2,$

где $S_0 = 0; V_0 = 0;$ точка движется ускоренно, тогда $S = \frac{at^2}{2}$.

2.2 Ускорение точки: $V = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{at^2}{2} \right) = at,$ т.к. $V_0 = 0,$

то $a = \frac{V - V_0}{t} = \frac{20 - 0}{10} = 2\frac{м}{c^2}.$

2.3 Путь, пройденный точкой: $S = \frac{at^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^2}{2} = 100 м.$

3. **Простейшие движения твердого тела** – это поступательное и вращательное.

Поступательное движение – это такое движение тела, когда его точки имеют одинаковые скорости и ускорения (замедления), а их траектории – идентичные, т. е. одинаковые по форме и при их наложении друг на друга точно совпадают (см. рисунок **12**).

Так как тело есть совокупность материальных точек, то формулы и уравнения кинематики точек применяют и для тела (записать самостоятельно).

Вращательное движение – движение тела, при котором точки оси вращения неподвижные, а все остальные точки описывают окружности (см. рисунок **13**). При вращательном движении речь в первую очередь идёт не о линейных параметрах (**s,v, a**), а про угловые. Угол поворота определяется законом вращательного движения **φ=f(t).** Закон читается так: угол поворота есть функция от времени **t**. Общее уравнение вращательного движения:

$$\varphi=\varphi_0+\omega_0 t\pm\varepsilon t^2/2,$$

где φ – **угол поворота (градусы или радианы);**
φ_0 – **начальный угол поворота;**
ω_0 – **начальная угловая скорость (c^{-1});**
t – **время (с);**
ε – **угловое ускорение или замедление (c^{-2}).**

Угловая скорость $\omega=\dfrac{d\varphi}{dt}$, общее уравнение угловой скорости $\omega=\omega_0\pm\varepsilon t$ (уравнение получено дифференцированием общего уравнения вращательного движения).

Угловое ускорение $\varepsilon=\dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{d^2\omega}{dt^2}$. Значение ω и ε через производные от **φ: ω=φ'**; **ε=φ".** Как видим из рисунка, скорости вращения точек A, B и C различные, но угол поворота **φ** одинаков. Из этого следует, что угловые скорости и угловые ускорения (замедления) этих точек также одинаковые, чего иначе быть не может. Что же касается длин окружностей (**s**) этих точек, то они различные, следовательно, линейные скорости (**v**) и линейные ускорения (замедления) для этих точек также различные. Их величина зависит от расстояния их до оси (центра) вращения. Это наглядно подтверждается вынесенным элементом из рисунка (см. рис. **14**). Вектор линейной скорости **v** максимальный на внешней поверхности тела, где расположена точка **C**, с приближением к оси (центру) вращения он уменьшается и на оси его значение равно нулю. Зависимость между угловыми и линейными параметрами рассматривается в вопросе о сложном движении точки.

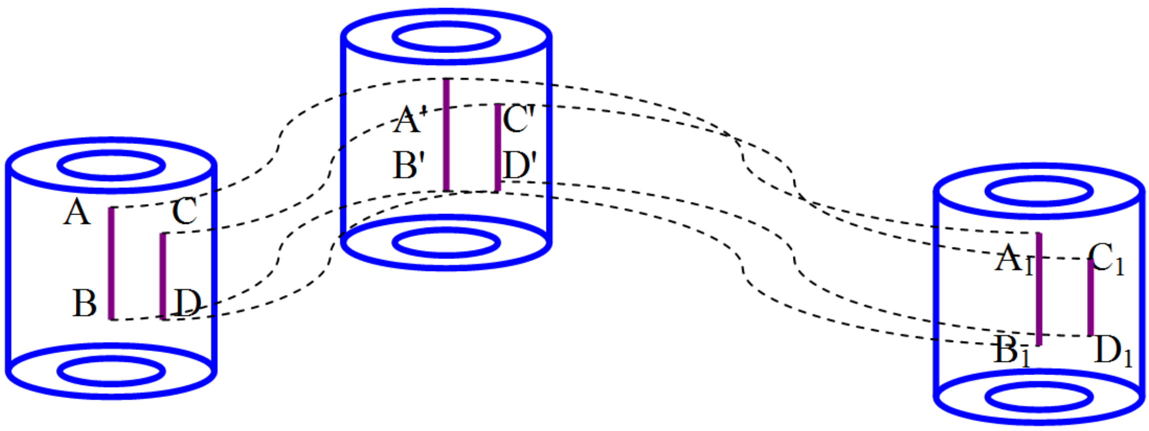
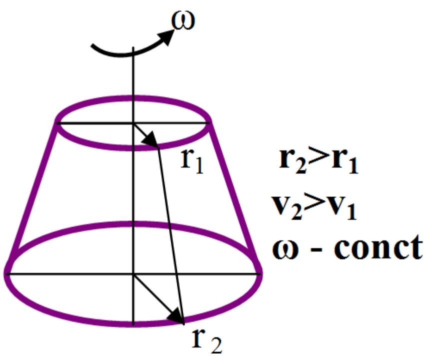


Рисунок 12 - Поступательное движение твердого тела



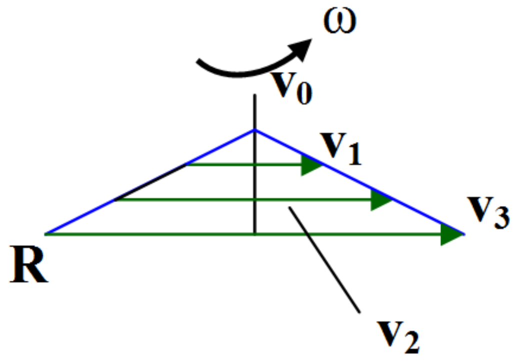


Рисунок 13 - Вращательное движение Рисунок 14 - Изменение скорости v

$$\mathbf{V_A=V_B=V_C=V_D=V_{A'}=V_{B'}=V_{C'}=V_{D'}=V_{A1}=V_{B1}=V_{C1}=V_{D1}=V'_{A1}=V'_{B1}=V'_{C1}=V'_{D1}=V;\ \alpha_A=\alpha_B=\alpha_C=\alpha_D=\alpha_{A'}=\alpha_{B'}=\alpha_{C'}=\alpha_{D'}=\alpha_{A1}=\alpha_{B1}=\alpha_{C1}=\alpha_{D1}=\alpha'_{A1}=\alpha'_{B1}=\alpha'_{C1}=\alpha'_{D1}=\alpha}$$

Вопросы для самоконтроля:

1. Закон поступательного движения.
2. Закон вращательного движения.
3. Общее уравнение поступательного движения.
4. Общее уравнение вращательного движения.
5. Уравнение линейной скорости.
6. Уравнение угловой скорости.
7. Уравнение линейного ускорения.
8. Уравнение углового ускорения.
9. Средняя скорость.
10. Средняя угловая скорость.
11. Касательное ускорение.
12. Нормальное ускорение.
13. Полное ускорение.
14. Частота вращения.

Литература: [1], с.160-225; [4], с.108-148; [5], с.70-104; [10], с.116-122.

ЛЕКЦИЯ 4

СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ И ТЕЛА

Вопросы:
1. Сложное движение точки.
2. Сложное движение твердого тела.

Цели:
1. Изучить сложное движение точки и тела
2. Закрепить знания по кинематике, производным, векторной геомет-

рии, физике, статике

3. Проникнуться ответственностью в необходимости знаний в профессиональной деятельности

1. В реальных условиях точка (тело) принимает участие в нескольких движениях одновременно. Это могут быть как поступательные, так и вращательные движения в совокупности или нет в зависимости от ускорений.

Рассмотрим элементарный случай сложного движения точки, которое в теоретической механике именуется криволинейное. Точка ***m*** (смотри рисунок **15**) движется по кривой и за время ***Δt*** проходит расстояние ***ΔS***. Ее скорость переменная, является производной от пути по времени. Таким образом, в этом случае применимо общее уравнение поступательного движения

$$S = S_0 + V_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

со всеми его производными, однако, в этом случае точка имеет два вида ускорения: касательное

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} \tag{20}$$

и нормальное (центростремительное)

$$a_n = \frac{V^2}{\rho} \tag{21}$$

потому как точка движется по участку кривой, который представляет собой часть окружности. Центр этой окружности определяется пересечением перпендикуляров к векторам скорости точки ***m*** начального и конечного ее положения. Перпендикуляры есть радиусы ***ρ*** окружности. Из физики известно, что движения по окружности сопровождаются возникновением центростремительного ускорения. В механике это ускорение называется нормальным (от слова «нормаль»). Нормаль есть перпендикуляр. Так как точка имеет два ускорения, то по правилам статики можно определить суммарное ускорение, построив прямоугольник (частый вариант параллелограмма), диагональ которого и есть абсолютное ускорении. Модуль этого ускорения определяется через корень квадратный:

$$a_a = \sqrt{a_\tau^{\,2} + a_n^{\,2}} \tag{22}$$

О том, что точка совершает вращательное движение, видно по перемещению радиуса ***ρ,*** «привязанного» к точке ***m*** и к центру ***O.*** Радиус ***ρ*** поворачивается на угол ***φ***, следовательно, имеет место общее уравнение вращательного движения

$$\varphi = \varphi_o + \omega_o t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

со всеми его производными. Наша задача теперь состоит в том, чтобы установить связь между линейными и угловыми кинематическими параметрами. Из геометрии известно, что длина дуги окружности определяется по формуле:

$$S = \varphi\rho\,, \tag{23}$$

Скорость $V = \frac{ds}{dt} = \frac{d(\varphi\rho)}{dt} = \frac{\rho d\varphi}{dt} = \rho\frac{d\varphi}{dt} = \rho\omega$, т.е.

$$V = \rho\omega \tag{24}$$

Таким образом, линейная скорость $\boldsymbol{V}$ определяется через угловую $\boldsymbol{\omega}$ и радиус окружности $\boldsymbol{\rho}$.

Касательное ускорение $a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d(\omega\rho)}{dt} = \frac{\rho d\omega}{dt} = \rho\frac{d\omega}{dt} = \rho\varepsilon$, т.е.

$$a_\tau = \rho\varepsilon \tag{25}$$

Таким образом, касательное ускорение a_τ определяется через угловое $\boldsymbol{\varepsilon}$ и радиус $\boldsymbol{\rho}$.

Нормальное ускорение $a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{(\omega\rho)^2}{\rho} = \frac{\omega^2\rho^2}{\rho} = \omega^2\rho$, т.е.

$$a_n = \omega^2\rho \tag{26}$$

Таким образом, нормальное ускорение a_n определяется через квадрат угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и радиус $\boldsymbol{\rho}$.

Формулу абсолютного ускорения вывести не составляет труда:

$$a_a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(\varepsilon\rho)^2 + (\omega^2\rho)^2} = \rho\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$, т.е.

$$a_a = \rho\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \tag{27}$$

В технике кинематический параметр $\boldsymbol{\omega}$ (угловая скорость) не используется. В место $\boldsymbol{\omega}$ используется понятие «частота вращения» $\boldsymbol{n}$. Между $\boldsymbol{n}$ и $\boldsymbol{\omega}$ существует взаимосвязь:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \tag{28}$$

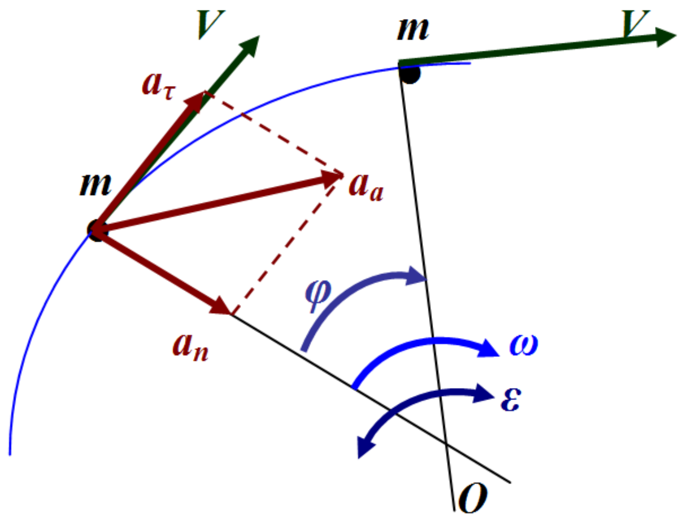


Рисунок 15 - Криволинейное движение точки

2. Что касается сложного движения тела, то оно может совершать движение поступательное и вращательное одновременно в одной плоскости. Такой вариант называется плоскопараллельным движением, которое в механике принято раскладывать на поступательное и вращательное движение (см. рисунок 16).

Из рисунка видно, что тело совершило поступательное движение и его отрезки $\overline{AB}$ и $\overline{A''B'}$ параллельны между собой, однако точка ***A*** занимает положение ***A'***, а не ***A''***, таким образом, отрезок $\overline{A''}\ \overline{B'}$ совершает поворот относительно точки ***B'*** на угол ***φ***, что и свидетельствует о наличии вращательного движения не только этого отрезка, а и его тела.

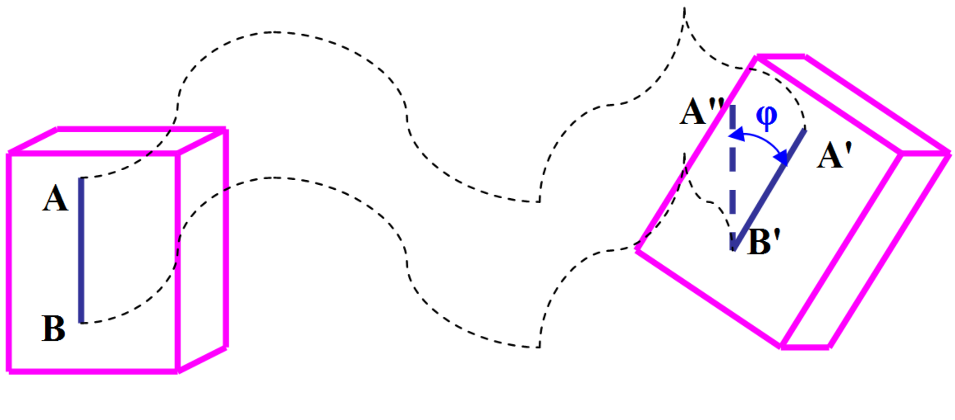


Рисунок 16 - Плоскопараллельное движение твердого тела

Присутствие вращательного движения в сложном движении тела обеспечивает наличие такой точки (линии), скорость которой в рассматриваемый момент времени равна нулю. Такая точка (линия-ось) называется мгновенным центром скоростей. Рассмотрим этот вопрос с помощью рисунка **17.** Из рисунка видно, что некое цилиндрическое тело (колесо, круг) совершает перемещение по горизонтальной поверхности со скоростью ***V***. Так как тело абсолютно твердое, то любая его точка имеет такую же скорость ***V***, например точки 1,2,3,4, и центр ***O***. Совершая горизонтальное перемещение, т.е. поступательное движение, тело совершает одновременно и вращательное движение вокруг центра ***O***. известно, что вращательное движение кроме угловых параметров имеет также и линейные, в том числе и скорости точек. Для этого возьмем характерные четыре точки, лежащие на осевых линиях по внешней поверхности тела: точки 1,2,3 и 4. Каждая из этих точек имеет еще один вектор линейной скорости, который направлен в сторону вращения тела и является перпендикуляром к радиусу вращения. Суммарные скорости в этих точках соответственно будут равны:

$$V_1 = V + V = 2V; V_2 = V\sqrt{2};$$
$$V_3 = V - V = 0; V_4 = V\sqrt{2}.$$

Из всех четырех точек точка 3 имеет скорость равную нулю. Эта точка и есть мгновенный центр скоростей.

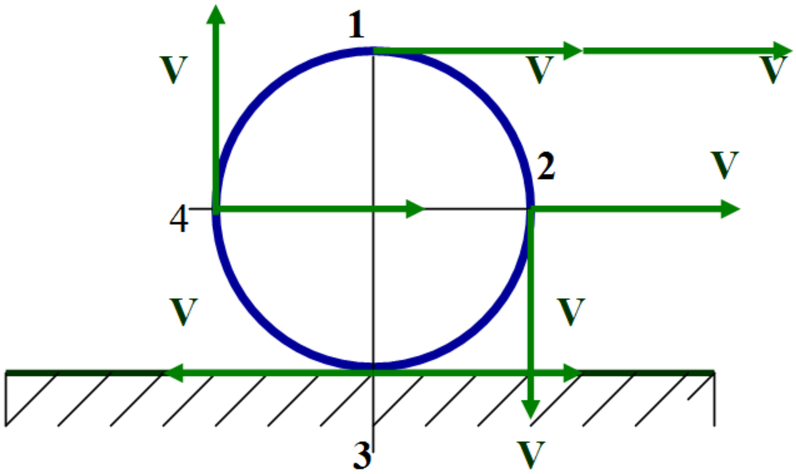


Рисунок 17 - Мгновенный центр скоростей

Знать положение мгновенного центра скоростей в технике очень важно, что же касается теоретической механики, то правильное определение положения мгновенного центра скоростей, при наличии известного до него расстояния от рассматриваемой точки тела, позволяет вычислить скорость этой точки и направление вектора этой скорости.

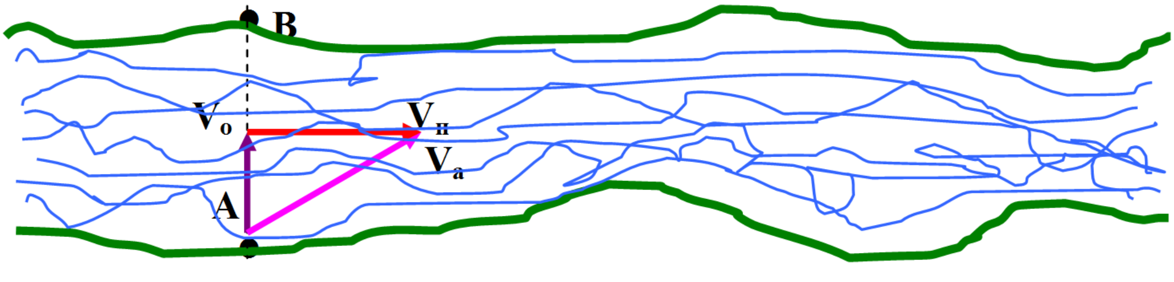


Рисунок 18 - Сложное движение точки

Сложное движение имеет две системы отчета. Подвижную и неподвижную. Неподвижная система «привязана» к какой-то рассматриваемой точке Земли. Отсюда следует понятие относительного и переносного движения. Относительное движение связано с неподвижной системой отчета. Рассмотрим рисунок **18**. Из рисунка видно, что пловец (точка ***A***) пытается переплыть реку в точку ***B*** со скоростьюV_0, которая называется относительной.

Однако вода реки имеет свою скорость V_n, которая называется переносной скоростью. Абсолютная скорость точки V_a будет равна:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_o + \bar{V}_n \tag{29}$$

модуль этой скорости

$$V_a = \sqrt{V_o + V_n} \tag{30}$$

Это справедливо, если угол между векторами V_0 и V_n составляет 90°. Если же угол между векторами V_0 и V_n отличен от 90°, то модуль абсолютной скорости будет определяться по формуле общего вида:

$$V_a = \sqrt{V_o^{\,2} + V_n^{\,2} + 2V_oV_n cos(V_o \hat{;} V_n)} \tag{31}$$

Это формула относится к тригонометрии и дается без вывода. В заключение о сложном движении тела рассмотрим вопрос о проекциях скоростей двух точек фигуры. На этот счет существует теорема: проекции скоростей двух точек фигуры на прямую, соединяющую эти точки, равны между собой. Доказательство (см. рисунок). Примем точку ***A*** за полюс, тогда скорость точки ***B*** будет состоять из двух векторов: $\bar{V}_A$ и $\bar{V}_{BA}$. Скорость V_A известная, а скорость V_{AB} будет равна произведению величины ***AB*** на угловую скорость. Вектор $\bar{V}_{BA}$ перпендикулярен отрезку ***AB*** и направлен в сторону вращения отрезка ***AB***. Теперь определим проекции векторов скоростей в точке В на прямую ***AB***. Проекция $\bar{V}_{BA}$ равна нулю ($\perp$), проекция V_B равна проекции V_A в этой же точке ***B***, таким образом $V_A^{\,ПР} = V_B^{\,ПР}$, что и требовалось доказать.

Что касается сложения вращений вокруг параллельных осей, то абсолютная угловая скорость ω_a равна сумме угловых скоростей составляющих вращение в одну сторону вращения и равна разности угловых скоростей составляющих вращений в разные стороны вращения. Абсолютная угловая скорость определяется относительно мгновенной оси вращения.

Вопросы для самоконтроля:

1. Определение абсолютной (полной) скорости $\boldsymbol{V}$ в сложном движении точки (тела).
2. Определение пути через угол поворота.
3. Определение скорости $\boldsymbol{V}$ через угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$.
4. Определение касательного ускорения через угловое.
5. Определение нормального ускорения через угловую скорость.
6. Абсолютное ускорение $\boldsymbol{a_a}$ через угловые параметры для $\boldsymbol{a_\tau}$ и $\boldsymbol{a_n}$.
7. Что такое мгновенный центр скоростей?

Литература [1], с.225-261; [4], с.148-167; [5], с.104-115.

ЛЕКЦИЯ 5

ДИНАМИКА

Вопросы:

1. Основные понятия и аксиомы динамики.
2. Движение материальной точки. Метод кинетостатики
3. Работа и мощность, единицы измерения.
4. Теорема об изменении количества движения
5. Теорема об изменении кинетической энергии.
6. Основное уравнение динамики для вращательного движения.
7. Работа и мощность во вращательном движении.

Цели:

1. Изучить динамику поступательного движения, общие теоремы динамики. Закрепить знания по статике и кинематике, динамике, физике, производным, некоторым видам интегрального исчисления.
2. Расширить познания движения под действием силовых факторов, развить знания прикладного значения уравнений динамики для технических устройств.
3. Увидеть мысленно значения расчетов в правильном использовании технических, механических устройств в обоснованности расчетов динамических параметров, проникнуться пониманием значения зависимости теоретических расчетов и восприятием формы и размеров применяемых материалов для разнообразных конструкций и сооружений.

В основе динамики положен второй закон Ньютона:

$$\mathbf{F} = \mathbf{ma}, \tag{32}$$

который известен со школьной скамьи (физика). Закон читается так: ***Материальная точка массой m получает ускорение, величина которого пропорциональна величине силы, действующей на эту материальную***

точку. Из этого определения следует, что если на материальную точку действует несколько сил одновременно (система сил), то точка получает соответственную сумму ускорений: $\mathbf{\Sigma F = m\Sigma a}$. Систему сил ($\mathbf{F}$) мы можем заменить равнодействующей силой $\mathbf{F_p}$, а сумму ускорений абсолютным ускорением $\mathbf{a_a}$. В этом случае второй Закон Ньютона будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{F_a = ma_a} \qquad (33)$$

Закон Ньютона справедлив:

для сил тяжести: $\mathbf{G = mg}$

для сил инерции: $\mathbf{F_и = \underline{+}ma}$

для сил трения: $\mathbf{F_f = ma}$

для сил сопротивления: $\mathbf{F_c = ma}$

для сил реакции: $\mathbf{R = ma}$

для сил упругости: $\mathbf{F_y = kX^2 = ma}$

и т.д. Одним словом, если речь идет о какой - либо силе, то это означает, что речь идет о втором законе Ньютона – основном законе механики.

Что касается основных понятий динамики, то они будут рассмотрены по ходу изучения раздела.

Аксиомы динамики:

1). Закон инерции (аксиома статики) $\mathbf{F=0}$; $\mathbf{V\neq 0}$, $\mathbf{a=0}$

2). Основной закон динамики (уже рассмотрен): $\mathbf{F=ma}$

3). Закон равенства действия и противодействия (аксиома статики): $\mathbf{F=R}$

4). Закон независимости действия сил, суть этого закона состоит в том, что материальная точка получает геометрическую сумму ускорения от воздействия системы сил, которая равна сумме ускорений, если бы эта материальная точка получила их от воздействия на нее в отдельности всех сил системы, т.е. $\mathbf{F_p = ma_a}$ (что нами уже тоже рассмотрено).

В естественных условиях на материальную точку воздействуют различные системы сил одновременно. Все они делятся на активные, инерционные и реактивные, Французский ученый Д'Аламбер, исследуя этот факт пришел к выводу, что задачи динамики могут иметь решения только в том случае, если воздействия на материальную точку (тело) всех действующих сил будет в равновесии, т.е. $\mathbf{\Sigma F_a + \Sigma F_и + \Sigma R = 0}$. Данное уравнение получил наименование принцип Д' Аламбера, а его применение - методом кинетостатики. Уравнение Д' Аламбера читается так: ***задачи динамики имеют решение в том случае, если сумма всех активных сил, сил инерции и реактивных сил, действующих на материальную точку (тело), будет равна нулю.***

На основании принципа Д' Аламбера можно решать следующие задачи.

Работа. Формула работы известная из классической физики (ньютоновской физики)

$$\mathbf{W = Fs} \qquad (34)$$

Это уравнение читается так: Работа (**W**) есть действие силы (**F**) на участке пути (**s**). Нетрудно видеть, что единица измерения есть **Н·м**. Но такая единица измерения применяется и для моментов сил, поэтому за единицу измерения работы принят 1 джоуль (**1Дж = 1Н·м**). Так как в динамике рассматриваются различные силы, то и работа их будет определяться по формулам: работа сил тяжести**: W= Gh**, где **h** - высота подъема или опускания массы, **м;** работа сил инерции: **W= Fs,** работа сил трения**:** **W = F$_u$s,** работа реактивных сил**: W = Rs** и т.д. Однако путь и сила могут быть переменными параметрами, тогда и работа будет величиной переменной: **W = Fds** или **W = dFs**.

Мощность. Формула мощности так же известна: **N = W/t** и читается так: Мощность - это работа, выполненная за единицу времени. В формулу мощности можно подставлять работу любой силы (равнодействующей, реактивной, работу постоянной силы на прямолинейном участке и т.д.). В данном вопросе следует рассмотреть вариации уравнения мощности:

$$N = \frac{W}{t} = \frac{FS}{t} = FV = maV = m\frac{V}{t} = \frac{mV^2}{t} \qquad (35)$$

Единица измерения мощности – **Ватт, (1Вт = 1Дж/с)**

КПД. Всем известно, что не вся мощность расходуется на полезные цели, Часть мощности теряется на преодоление сил сопротивления. На основании этого и существует понятие коэффициента полезного действия (КПД). КПД определяется по формуле:

$$\eta_м = \frac{N_п}{N} = \frac{N - N_м}{N} = 1 - \frac{N_м}{N}, \qquad (36)$$

где $\eta_м$ – механический КП
$N_п$ – полезная мощность
N – полная мощность
$N_м$ – мощность, расходуемая на преодоление сил сопротивления (в основном сил трения).

Как видим из формулы $\eta_м = 1 - \frac{N_м}{N}$ КПД никогда не может быть равным единице (100%).

Рассмотрим следующие понятия:

количество движения:

$$\mathbf{q = mv},$$

где m – масса, кг.;
v – скорость, м/с.

импульс силы:

$$\mathbf{J = Ft},$$

где F – сила, Н;
t – время, с.

полная энергия точки:

$$T_{точки} = \frac{mv^2}{2} + mgh, \qquad (37)$$

полная энергия тела:

$$T_{тела} = \frac{mv^2}{2} + mgh - \frac{J_p\omega^2}{2}, \qquad (38)$$

где J_p – полярный момент инерции тела
ω – угловая скорость вращения.

Как видим, полная энергия тела имеет третью составляющую (кинетическая энергия от вращения), потому как тело, в отличие от точки имеет возможность вращаться вокруг своей собственной оси. Эти уравнения даются без вывода, они известны из физики. Некоторая зависимость между ними будет рассмотрена позднее.

4. Теорему об изменении количества движения можно формулировать так: **изменение количества движения есть импульс силы**. Словесная формулировка этой теоремы в виде уравнения выглядит так: $\mathbf{\Delta q} = \boldsymbol{J}$,
где $\mathbf{\Delta q}$ – изменение количества движения, $\boldsymbol{J}$ – импульс силы.

В развернутом виде уравнение выглядит следующим образом:

$$\mathbf{mv_2 - mv_1 = Ft}, \qquad (39)$$

где mv_2 = q_2;
mv_1 = q_1;
Ft = $\boldsymbol{J}$.

Количество движения **(q)** есть произведение массы **(m)** и скорости **(v),** т.е. **q = mv**, а импульс силы ($\boldsymbol{J}$) есть произведение силы **(F)** и времени **(t)**, т.е. $\boldsymbol{J}$ **= Ft**. Теорема требует доказательства.

Доказательство теоремы производится на основании второго закона Ньютона (основной закон динамики**): F = ma**

Перепишем закон: $F = ma = \dfrac{dv}{dt}$; избавимся от знаменателя: $Fdt = mdv$; теперь мы имеем дифференциальное уравнение, которое можно интегрировать: $\int Fdt = \int mdv$; постоянные выносим за знак интеграла: $F\int dt = m\int dv$; задаемся пределами по времени и скорости: $F\int_0^t dt = m\int_{v1}^{v2} dv$

Итог интегрирования: $F(t-o) = m(v_2 - v_1)$, или $Ft = mv_2 - mv_1$, что и требовалось доказать.

5. Теорема об изменении кинетической энергии формулируется так: **изменение кинетической энергии есть выполненная работа:** $\Delta T = W$**, где**

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad W = Fs,$$

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = Fs \tag{40}$$

Основной закон динамики представим в виде:

$$F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

Умножим обе части равенства на ds:

$$Fds = m\frac{dv}{dt}ds, \quad Fds = mdv\frac{ds}{dt} = mvdv, \quad Fds = mvdv.$$

Снова имеем дифференциальное уравнение, которое можно интегрировать: $\int Fds = \int mvdv$, $F\int ds = m\int vdv$. Задаемся пределами для **s** и **v**: $F\int_0^s ds = m\int_{v1}^{v2} vdv$. Итог интегрирования: $F(s-0) = m\left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}\right)$, или $Fs = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$, что и требовалось доказать.

6. Основное уравнение динамики для вращательного движения получаем из основного закона динамики (см. рисунок **19**).

Из рисунка видно, что точка массой **m** сможет иметь вращение только при воздействии на нее силы **F**, которая совпадает с направлением вектора скорости **V** точки и перпендикулярна радиусу вращения **ρ**.

Момент силы относительно точки **O** будет равен: $M_{вр} = F\rho$**,** или $M_{вр} = F\rho = m\alpha_{\tau}\rho.$ Заменим касательное ускорение **α_{τ}** через угловое: **α_{τ} = ερ**. Произведение **mρ²** есть **полярный момент инерции тела J_p,** тогда

$$M_{вр} = J_p\varepsilon, \tag{41}$$

это и есть основное уравнение динамики для вращательного движения.

7. Что касается работы и мощности во вращательном движении, то уравнения имеют следующий вид:

$W = FS = \frac{M}{P} \cdot \varphi = M\varphi$, т.е.

$$W = M\varphi \tag{42}$$

- это уравнение работы во вращательном движении.

Мощность: $N = \frac{W}{t} = \frac{M\varphi}{t} = M\omega$, или

$$N = M\omega \tag{43}$$

где J_p – полярный момент инерции тела
ω – угловая скорость вращения.

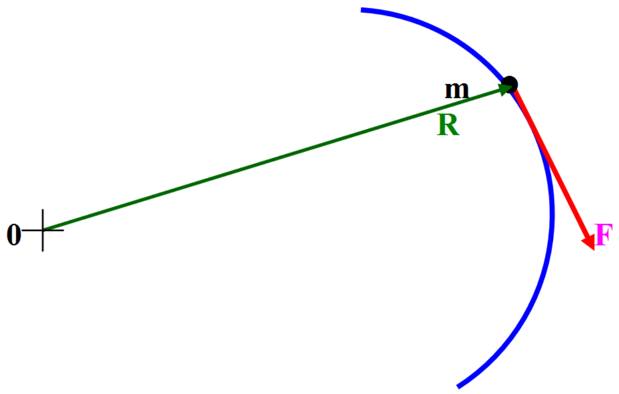


Рисунок 19 - Момент вращающий
(основной закон динамики для вращательного движения)

Следует отметить, что силовые параметры для расчетов в «Сопротивлении материалов» и «Деталях машин» практического (производственного) значения определяются через параметры кинематики **ω** и динамики **(N** и **M).** Хотя в теоретической механике нет элементов конструирования, однако задачи, так или иначе, имеют к этому непосредственное отношение.

Не надо забывать, что под общими понятиями **«материальная точка»** и **«абсолютно твердое тело»** подразумеваются подвижные и неподвижные детали самых разнообразных машин, а также элементы различных конструкций.

Вопросы для самоконтроля:

1. Количество движения.
2. Импульс силы.
3. Теорема об изменении количества движения
4. Энергия точки.
5. Энергия тела.
6. Теорема об изменении кинетической энергии.
7. Основное уравнение динамики для вращательного движения.
8. Работа во вращательном движении.
9. Мощность во вращательном движении. Основной закон динамики (5-6 формул).
10. Принципы Даламбера.
11. Работа (5-6 формул).
12. Мощность.
13. КПД.
14. Единицы измерения работы, мощности, КПД.

Литература [1], с.296-334; [4], с.193-207; [5], с.138-163; [10], с.205-210. [1], с.261-296; [4], с.167-193; [5], с.115-138; [10], с.165-173; 184-196.

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ

1. Е.М. Никитин и др. Теоретическая механика для техникумов. М. 1988.
2. В.И. Мерзон и др. Теоретическая механика. М. 1988.
3. Д.Н. Чернилевский и др. Техническая механика. М. 1972.
4. А.И. Аркуша и др. Техническая механика. М. 1989, 2001.
5. А.А. Эрдеди и др. Техническая механика. М. 1991, 2001.
6. Полянин А.Д. и др. Справочник для инженеров и студентов. – М. Международная программа образования, 1996.
7. Сапрыкин В.И. Техническая механика. – М. Эксмо, 2007.
8. Сетков В.И. Сборник задач по технической механике. – М. Академия, 2003.
9 .Ильюшонок О.П. Рабочая тетрадь по дисциплине «Техническая механика». Омск, ФГОУ СПО «Омский АТК», 2008 – 68 с.

10. А.М. Фаин и др. Сборник задач по теоретической механике. М. 1987.
11. Вереина Л.И., Краснов М.М. Техническая механика. М. «Академия», 2008.
12. Олофинская В.П. Техническая механика. – М. ФОРУМ-ИНФРА-М, 2008.
13. Мовнин М.С. Основы технической механики. – Л. Машиностроение, 1990.
14. Полянин А.Д. и др. Справочник для инженеров и студентов. – М. Международная программа образования, 1996.
15. Уткина В.Ф. Практические работы по дисциплине «Техническая механика»; методические рекомендации. Омск, ФГОУ СПО «Омский АТК», 2008 – 58 с.
16. Уткина В.Ф., Ильюшонок О.П. Сборник задач по дисциплине «Техническая механика». Омск, ФГОУ СПО «Омский АТК», 2008-34 с.
17. Уткина В.Ф., Ильюшонок О.П. Сборник технических диктантов по дисциплине «Техническая механика». Омск, ФГОУ СПО «Омский АТК», 2007 – 18 с.
18. Уткина В.Ф. Альбом структурно-логических схем по дисциплине «Техническая механика». Омск, ФГОУ СПО «Омский АТК», 2007
19. Уткина В.Ф. Курс лекций по дисциплине «Техническая механика». Омск, ФГОУ СПО «Омский АТК», 2008 – 145 с.

Интернет-ресурсы:

1. Библиотека ресурсов по теоретической механике URL http://window.edu.ru/window/library?p_rubr=2.2.75.14 Видеолекции по теоретической механике и физике URL http://www.youtube.com/watch?v=_EJCFPagak0&playnext=1&list=PLE47628D8E02DF0D2&index=6 Попов А.И. Механика. Решение творческих задач динамики: Учебное пособие. - Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2009. - 88 с. URL http://window.edu.ru/window_catalog/files/r68371/popovai-a.pdf
2. Попов, А.И. Олимпиадные задачи по теоретической механике : учеб. пособие / А.И. Попов, В.И. Галаев. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001. – 84 с. URL http://www.tstu.ru/education/elib/pdf/2006/popovai.pdf
3. Т.Леви-Чивита, У.Амальди. Курс теоретической механики. Том I, Часть Кинематика. Принципы механики. Статика, Изд-во ИЛ, М., 1952 URL http://www.emomi.com/download/lecture_notes.htm
4. Я.И.Перельман. Занимательные задачи и опыты, Детгиз, М., 1959 URL URL http://www.emomi.com/download/lecture_notes.htm

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
РАЗДЕЛ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

Краткий курс базовых лекций
для студентов образовательных учреждений
среднего профессионального образования
всех форм обучения
для всех специальностей
в объеме до 200 часов максимальной учебной нагрузки

I часть

Краткий курс базовых лекций разработал:
преподаватель Блажко Николай Романович

Подписано к печати ***30.10.2014 г.*** Объем ***2,2*** п.л.
Формат 60х84/16 Заказ
Тираж ***50 экз.***

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Югорский государственный университет»
НИЖНЕВАРТОВСКИЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИКУМ (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Югорский государственный университет»
Редакционно-издательский отдел
628615 Тюменская обл., Ханты-Мансийский автономный округ,
г. Нижневартовск, ул. Мира, 37.